

# Kennlinien eines SIS-Tunnelkontakts bei Millimeterwelleneinstrahlung

Versuchsanleitung für das Praktikum M  
– Version vom 21. März 2022 –

## 1 Einführung

Das Widerstandsverhalten supraleitender Tunnelkontakte entspricht nicht der linearen Strom-Spannungs-Charakteristik, wie man sie von einem Normalleiter-Tunnelkontakt (NIN) her kennt. Die Kennlinie einer (Halbleiter-) Diode kommt dem Verlauf der Kennlinie eines supraleitenden Tunnelkontaktes am nächsten, daher wird ein SIS-Element auch als supraleitende Tunneldiode bezeichnet.

- Die extreme Nichtlinearität tritt in einem Spannungsintervall von nur wenigen 100 Mikrovolt auf. Das Verhalten eines idealen SIS-Tunnelkontaktes ist fast mit dem eines Schalters zu vergleichen.
- Bei Einkopplung hochfrequenter Wechselströme bzw. elektromagnetischer Wellen (hier bei 345 GHz) bilden sich in der Strom-Spannungskennlinie (I-U-Kennlinie) charakteristische Stufen, die sogenannten Photonstufen.

Gegenstand dieses Versuchs ist die Untersuchung der I-U-Kennlinie eines supraleitenden Tunnelkontakts mit und ohne Millimeterwelleneinstrahlung sowie bei Anlegen eines Magnetfelds. Anhand des Kennlinienverlaufes lassen sich Rückschlüsse auf die physikalischen Eigenschaften eines supraleitenden Tunnelkontaktes ziehen.



**Sicherheitshinweis:** Da in diesem Versuch flüssiges Helium zum Einsatz kommt, ist äußerste Sorgfalt bei der Versuchsdurchführung geboten und den Anweisungen des Assistenten sowie den Hinweisen bei der Versuchsdurchführung Folge zu leisten.

## 1.1 Fragen zur Vorbereitung

Zur Durchführung des Versuches sollten Sie die folgenden Punkte vorbereitet haben und beantworten können. Zur Vorbereitung dient neben dieser Versuchsanleitung die unter Abschnitt 1.2 angegebene Literatur.

- Was ist die Energielücke eines Supraleiters?
- Wie kann man sie experimentell nachweisen und untersuchen?
- Skizzieren Sie den Verlauf des Tunnelstromes  $I(U)$  eines NIS-Tunnelkontaktes (Normalleiter-Isolator-Supraleiter) für  $T=0$  K und erklären Sie das Verhalten mit Hilfe des „Halbleitermodells“ für Supraleiter (Ladungsträgerdichte als Funktion der Energie).
- Skizzieren Sie die I-U-Kennlinie eines SIS-Tunnelkontaktes und erklären Sie den Verlauf für  $T=0$  K und  $0 < T < T_C$  anhand des „Halbleitermodells“ für Supraleiter.
- Warum gilt  $eU_{gap} = 2\Delta$  für SIS-Tunnelkontakte?
- Was ist der wesentliche Unterschied der Kennlinien eines NIS- und eines SIS-Tunnelkontaktes?
- Unter welchen Bedingungen können Cooper-Paare durch die Barriere eines SIS-Elementes tunneln?
- Wovon hängt der Suprastrom ab (erste Josephsongleichung)?
- Leiten Sie die Abhängigkeit der Josephsoneffekte von einem äußeren Magnetfeld her.
- Wird der Josephsonstrom für  $\Phi = n\Phi_0$  wirklich null?
- Welchen Einfluss hat Hochfrequenzstrahlung auf den Tunnelprozess der Quasipartikel und wie macht sich dies in der Strom-Spannungs-Kennlinie eines Tunnelkontaktes bemerkbar?
- Was sind Shapiro-Stufen? Wie entstehen sie?
- Erläutern Sie mögliche Anwendungen von SIS-Tunnelkontakten.

## 1.2 Literatur

### Allgemeine Literatur zu Supraleitung:

BUCKEL, W. (1994):

Supraleitung. Grundlagen und Anwendung. 5. Aufl. Weinheim; New York; Basel; Cambridge; Tokyo: VCH.

KITTEL, C. (1996):

Einführung in die Festkörperphysik. 11. Aufl. München; Wien: Oldenbourg.

KOPITZKI K.; HERZOG P. (2004):

Einführung in die Festkörperphysik. 5. Aufl. Wiesbaden: Teubner Verlag.

### Spezielle Literatur zu supraleitenden Tunnelkontakten:

TUCKER, J. R.; FELDMAN, M. J.:

„Quantum detection at millimeter wavelengths“, Reviews of Modern Physics, Vol. 57, No.4, October 1985, pp.1055-1113

HINKEN, J H. (1988):

Supraleiter-Elektronik: Grundlagen in der Mikrowellentechnik. Berlin; Heidelberg; New York; London; Paris; Tokyo: Springer.

VAN DUZER, T.; TURNER, C. W. (1999):

Principles of Superconductive Devices and Circuits. 2<sup>nd</sup>. Edition, New Jersey: Prentice-Hall

### Dissertationen im I. Physikalischen Institut:

SYBILLE HAAS:

„Low Noise Fixed-Tuned SIS Mixers for Astronomical Observations in the Submm Wave Region“, Köln 1998

DIRK HOTTGENROTH:

„Superconductor-Insulator-Superconductor Heterodyne Mixers on Niobium basis above the Gap Frequency of Niobium and their use in an Astronomical Receiver“, Köln 1997

STEFAN GLENZ:

„Fabrication and Characterization of Nb-Al/Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-Nb Superconductor-Insulator-Superconductor Devices with NbTiN Based Tuning Circuits for the HIFI Instrument on the Herschel Space Observatory“, Köln 2005

### Internetquellen:

<http://www.astro.uni-koeln.de/sis>

<https://www.wmi.badw.de/teaching/lecture-notes>

Applied Superconductivity

## 2 Grundlagen

### 2.1 Grundphänomene der Supraleitung

Bei der Untersuchung der Leitfähigkeit von Metallen bei tiefen Temperaturen entdeckte Heike Kamerlingh Onnes im Jahre 1911, dass der ohmsche Widerstand von Quecksilber bei einer Temperatur von ungefähr 4,2 K verschwindet. Er erkannte, dass das Material dabei in einen anderen Zustand übergeht. Diesen neuen Zustand nannte er „Supraleitung“.

Neben dem Verschwinden des elektrischen Widerstandes unterhalb einer bestimmten Temperatur (Sprungtemperatur  $T_c$ ) verfügen Supraleiter über weitere Eigenschaften. So wird ein Magnetfeld aus dem Inneren des Supraleiters verdrängt. Das äußere Magnetfeld induziert Ströme, die in einer dünnen Schicht an der Oberfläche des Supraleiters fließen. Diese erzeugen wiederum ein Magnetfeld, das dem äußeren Feld entgegen gerichtet ist. Ein Supraleiter verhält sich also wie ein idealer Diamagnet. Diese magnetische Eigenschaft des Supraleiters wurde 1933 von Meißner und Ochsenfeld entdeckt und wird daher als Meißner-Ochsenfeld-Effekt bezeichnet.

### 2.2 BCS-Theorie

Eine der wichtigsten Erkenntnisse der mikroskopischen Theorie von Bardeen, Cooper und Schrieffer ist die Tatsache, dass die Supraleitung durch eine attraktive Wechselwirkung zwischen zwei Elektronen erklärt werden kann. Die anziehende Wirkung entsteht dadurch, dass Elektronen, die sich durch das Kristallgitter bewegen, über Phononen miteinander wechselwirken. Diese Wechselwirkung ist am stärksten, wenn die beiden Elektronen einen gleichgroßen und entgegengesetzten Impuls und Spin haben. Die attraktive Wechselwirkung ist dann größer als die coulombsche Abstoßung und die beiden Elektronen korrelieren zu einem Paar. Der mittlere Abstand der beiden Elektronen dieses so genannten Cooper-Paares wird als Kohärenzlänge  $\xi_{Co}$  bezeichnet. Innerhalb des Abstandes befinden sich weitere  $10^6$ - $10^7$  Elektronen, die zu Cooper-Paaren korreliert sind. Die BCS-Theorie besagt weiterhin, dass die Korrelation nicht nur zwischen den Elektronen eines Cooper-Paares besteht, sondern auch zwischen allen Cooper-Paaren. Daher lässt sich die Gesamtheit der Cooper-Paare durch eine einzige Wellenfunktion mit gemeinsamer Phase beschreiben:

$$\psi(x) = |\psi(x)| \cdot e^{i\theta(x)} \quad (1)$$

Die Phasenkohärenz der Cooper-Paare besteht über den gesamten Supraleiter und führt zur Beobachtung makroskopischer Quanteneffekte. Cooper-Paare verhalten sich wie Bosonen. Sie unterliegen nicht mehr dem Pauli-Prinzip und können daher den selben Grundzustand besetzen.

Angeregte Zustände der Wellenfunktion bezeichnet man als Quasiteilchen, die je nach ihrem Charakter als Elektronen oder Löcher bezeichnet werden. Eine Beschreibung als einfache Elektronen ist nicht möglich, da die Näherungen des sommerfeldschen Modells eines Fermionengases aus Elektronen ohne Wechselwirkung hier nicht gelten können. Die Quasipartikel spielen aber die Rolle von Ladungsträgern mit annähernd einer Elektronenladung, ähnlich einem Einzelektronenzustand. In dieser Anleitung ist das Wort „Einzelektronenzustand“ im Sinne von „Quasipartikel“ zu verstehen.

Eine der Schlüsselvoraussetzungen der BCS-Theorie war die Bildung einer verbotenen Zone um die Fermienergie, in der keine Energiezustände besetzt werden können. Die Breite der Energielücke (engl. *gap*) beträgt  $E_g = 2\Delta$  und kann auch als Bindungsenergie der Cooper-Paare interpretiert werden. Diese Energie ist nötig, um ein Cooper-Paar aufzubrechen und zwei Quasiteilchen-Anregungen zu erzeugen. Die Energielücke hat zur Folge, dass die Einzelektronenzustände, die im normalleitenden Zustand innerhalb der verbotenen Zone lägen, auf die Ränder zusammengeschoben sind, d.h. die Zustandsdichte der Einzelektronen an den Kanten der Energielücke ist erhöht.

Hieraus kann man das „Halbleitermodell“ für Quasipartikel und deren Tunneln entwickeln, bei dem die Ladungsträgerdichte als Funktion der Energie dargestellt wird (beim Normalleiter näherungsweise konstant), wobei eine „Bandlücke“ durch die Energielücke (Bindungsenergie der Elektronenpaare) auftritt. Man sollte aber im Auge behalten, dass in dem Modell viele Aspekte der Supraleitung nicht wiedergegeben werden (so z.B. die gepaarten Elektronen!)

Die Größe der Energielücke ist temperaturabhängig. Am absoluten Nullpunkt ist sie am größten und wird mit steigender Temperatur kleiner. Dieses temperaturabhängige Verhalten lässt sich beschreiben durch:

$$\frac{\Delta(T)}{\Delta(0)} \cong \sqrt{\cos\left[\frac{\pi}{2}\left(\frac{T}{T_c}\right)^2\right]} \quad (2)$$

Die BCS-Theorie liefert zudem einen Zusammenhang zwischen der Energielücke bei 0 K und der Sprungtemperatur  $T_c$ :

$$2\Delta(0) = 3,52 \cdot k_B T_c \quad (3)$$

Dieses Verhalten konnte in guter Näherung für die meisten klassischen Supraleiter (im Gegensatz zu Hochtemperatur-Supraleitern) experimentell bestätigt werden.

### 2.3 Flussquantisierung

Einer der aufgrund der Phasenkohärenz makroskopisch beobachtbaren Quanteneffekte ist die Flussquantisierung bei geschlossenen Supraströmen (z. B. in einem supraleitenden Ring): Der magnetische Fluss  $\Phi_F$  durch eine vom Strom umflossene Fläche  $F$  kann nur ein ganzzahliges Vielfaches des Flussquants  $\Phi_0$  betragen. Wie im vorherigen Abschnitt erläutert, kann die Gesamtheit aller Cooper-Paare durch nur eine Wellenfunktion (1) beschrieben werden. Betrachtet man den Weg der Cooper-Paare entlang einer geschlossenen Schleife im Supraleiter, so folgt aus der Phasenkohärenz, dass die Wellenfunktion nach einem Umlauf wieder in sich selbst übergehen muss. Damit kann die Phase  $\theta$  nur um ganzzahlige Vielfache von  $2\pi$  geändert werden. Diese Tatsache lässt sich äquivalent als Quantenbedingung für den Impuls eines Cooper-Paares ausdrücken:

$$\oint \vec{p}_C \cdot d\vec{s} = nh, \text{ mit } n = 0, 1, 2, \dots \quad (4)$$

Aus dieser Bedingung erhält man nach Einsetzen des kanonischen Impulses  $\vec{p} = m_C \vec{v} + 2e \vec{A}$  mit der Masse eines Cooper-Paares  $m_C = 2m_e$  und Umformen:

$$nh = 2e \left[ \oint \frac{m_C}{(2e)^2 n_C} \vec{j}_S \cdot d\vec{s} + \oint \vec{A} \cdot d\vec{s} \right] \quad (5)$$

Dabei wurde die Geschwindigkeit mittels  $\vec{j}_S = 2e n_C \vec{v}$  in eine Stromdichte für die Cooper-Paardichte  $n_C$  umgewandelt.

Die Ströme innerhalb eines Supraleiters fließen nur in einer dünnen Schicht an der Oberfläche. Daher hat das Linienintegral über die Stromdichte für einen Integrationsweg im Inneren des Supraleiters den Wert null. Mit  $\nabla \times \vec{A} = \vec{B}$  und dem Satz von Stokes folgt:

$$\oint \vec{A} \cdot d\vec{s} = \iint_F (\nabla \times \vec{A}) \cdot d\vec{F} = \iint_F \vec{B} \cdot d\vec{F} = \Phi_F \quad (6)$$

Daraus ergibt sich für den magnetischen Fluss  $\Phi_F$ :

$$\Phi_F = n \frac{h}{2e} \quad (7)$$

und für das magnetische Flussquant

$$\Phi_0 = \frac{h}{2e} \approx 2 \cdot 10^{-11} \frac{\text{T}}{\text{cm}^2} \quad (8)$$

Dieses Ergebnis für die Flussquantisierung wurde 1961 experimentell sowohl von Doll und Näbauer als auch von Deaver und Fairbank bestätigt, was die BCS-Theorie weiter untermauerte.

## 2.4 SIS-Tunnelkontakte

Unter SIS-Tunnelkontakten versteht man Bauelemente, die aus einer Supraleiter-Isolator-Supraleiter Schichtenfolge aufgebaut ist. Die isolierende Barriere, die die beiden supraleitenden Elektroden trennt, ist nur wenige nm dick. Dadurch besteht für die Ladungsträger eine quantenmechanische Wahrscheinlichkeit, durch die Barriere zu tunneln. In diesem Abschnitt soll nur der Tunnelprozess der Einzelelektronen untersucht werden. Die I-U-Kennlinie eines SIS-Elements ist in Abb. 1 dargestellt.

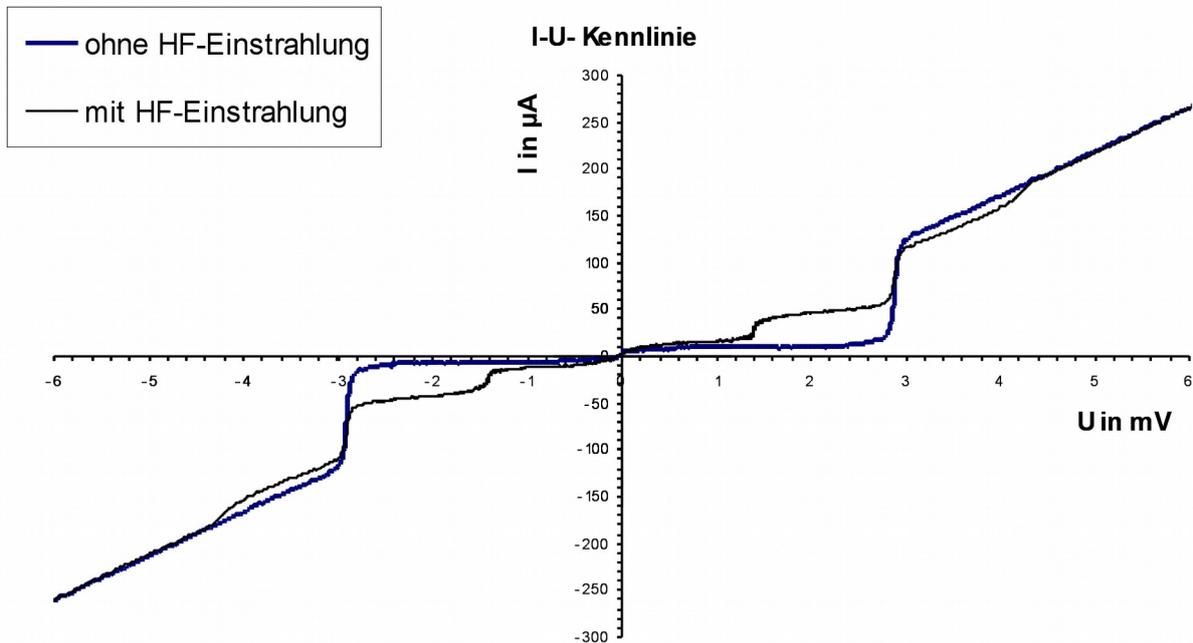


Abb. 1: Im KOSMA-Labor aufgenommene SIS-Kennlinien

Der Verlauf dieser Kennlinie lässt sich mittels des Bändermodells für Supraleiter gut erklären. Im Grundzustand befinden sich die Supraleiter im energetischen Gleichgewicht. Die Einzelelektronen können nicht durch die Barriere tunneln, da im anderen Supraleiter keine unbesetzten Zustände gleicher Energie vorhanden sind. Durch eine von außen angelegte Spannung wird der eine Supraleiter gegenüber dem anderen energetisch abgesenkt. Es ist jedoch aufgrund der Energielücke so lange kein Tunnelprozess möglich, bis die Spannung den Wert der Energielücke erreicht (unter der Annahme gleicher Supraleiter auf beiden Seiten der Barriere):

$$U_0 = \frac{2\Delta}{e} = U_{gap} \quad (9)$$

Erst ab dieser Spannung (Energielückenspannung) setzt ein Stromfluss durch die Barriere ein. Aufgrund der hohen Zustandsdichten der Ladungsträger an den Rändern der Energielücke ist der Stromanstieg besonders groß. Nimmt die Spannung weiter zu, so lässt die Steigung der Kennlinie aufgrund der Abnahme der Ladungsträgerdichte nach und nähert sich dem Widerstand im

normalleitenden Zustand an.

Betrachtet man die I-U-Kennlinie genauer, so sieht man, dass auch schon unterhalb von  $U_0 = 2\Delta/e$  ein geringer Strom durch die Barriere fließt. Dies ist auf die thermisch angeregten Quasipartikel für  $T > 0\text{K}$  zurückzuführen.

Wird ein solcher SIS-Tunnelkontakt zusätzlich mit Photonen bestrahlt, bilden sich in der Kennlinie charakteristische Stufen aus. Durch die Photonen wird das Energieniveau der Ladungsträger um  $n\hbar\omega$  verschoben. Dies ist gleichzusetzen mit einer angelegten Spannung von  $n\hbar\omega/e$ . Dies bedeutet, dass bei einer angelegten Gleichspannungen  $U_0$  ein resultierender Strombeitrag auftritt, der der Spannung  $U_0 + n\hbar\omega/e$  am nicht bestrahlten SIS-Tunnelkontakt entspricht. Die Einstrahlung führt also zu einem photonenunterstützten Tunnelprozess der Quasipartikel. Diese Photonstufen treten im Abstand von  $\hbar\omega/e$  in der Kennlinie auf. Bei den Spannungen  $U_{\text{photon}} = U_{\text{gap}} - n\hbar\omega/e$  sieht man daher einen Stromanstieg, der ein Abbild des Stromanstiegs bei der Gapspannung  $U_{\text{gap}}$  ist. Die I-U-Kennlinie unter Bestrahlung von Photonen lässt sich durch die Tien-Gordon-Gleichung beschreiben:

$$I_{TG}(U_0, U_{LO}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n^2\left(\frac{eU_{LO}}{\hbar\omega}\right) \cdot I_{DC}\left(U_0 + \frac{n\hbar\omega}{e}\right) \quad (10)$$

Dabei ist  $U_{LO}$  die Amplitude der photoneninduzierten Wechselfspannung (LO = Lokaloszillator),  $J_n$  sind die Bessel-Funktionen 1. Art und  $I_{DC}$  ist die Kennlinie des SIS-Kontakts ohne HF-Einstrahlung. Vgl. hierzu auch Gleichung (19).

## 2.5 Josephson-Effekte

Neben den Quasipartikeln können auch Cooper-Paare die Barriere eines SIS-Tunnelkontaktes durchtunneln. Dies ist der Fall, wenn die Barriere dünn genug ist (1-2 nm). Das Tunneln der Cooper-Paare durch die Barriere und die damit verbundenen Effekte wurden von B. D. Josephson theoretisch vorausgesagt und konnten wenig später experimentell bestätigt werden. Aufgrund der dünnen Barriere sind die Wellenfunktionen  $\Psi_1(x)$  und  $\Psi_2(x)$  der beiden Supraleiter nicht mehr unabhängig voneinander, sondern es besteht zwischen ihnen eine schwache Kopplung. Daraus resultiert ein Suprastrom, der abhängig von der Phasendifferenz  $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$  der beiden Wellenfunktionen ist.

Die beiden wichtigsten Eigenschaften der Josephson-Effekte, die auch als Josephson-Gleichungen bezeichnet werden, sind dabei:

$$\text{Josephson-Gleichstrom: } j = j_c \sin(\Delta \varphi) \quad (11)$$

$$\text{Josephson-Wechselstrom: } \frac{\partial(\Delta \varphi)}{\partial t} = \frac{2eU}{\hbar} \quad (12)$$

Die erste der beiden Gleichungen beschreibt die Tunnelstromdichte, die bis zu einer maximalen oder kritischen Stromdichte  $j_c$  durch den Kontakt fließen kann. Die kritische Stromdichte ist dabei an die Phasendifferenz der Wellenfunktionen der beiden Supraleiter gekoppelt. Die Tatsache, dass bei einer angeschlossenen Stromquelle ein Strom auch bei der Spannung 0 fließt, wird als **Gleichstrom-Josephson-Effekt** bezeichnet. Oberhalb des kritischen Stroms geht die Tunnelkennlinie (ggf. hysteretisch) in den normalleitenden Bereich.

Der kritische Strom  $I_c$  ist gegeben durch:

$$I_c = \text{SCF} \cdot G_N \cdot \frac{\pi \Delta(T)}{2e} \cdot \tanh \frac{\Delta(T)}{2k_B T} \quad (13)$$

SCF ist der „strong coupling factor“. Er beschreibt die Stärke der Elektron-Phonon-Wechselwirkung. Für eine schwache Wechselwirkung gilt  $\text{SCF} = 1$  und für starke Wechselwirkungen  $\text{SCF} < 1$  (z.B.  $\text{SCF} = 0,788$  für Blei,  $\text{SCF} = 0.8$  für Nb).  $G_N$  ist der Leitwert im linearen Bereich der Tunnelkennlinie und  $\Delta(T)$  die temperaturabhängige Größe der Energielücke.

Die zweite Josephson-Gleichung (12) gibt die zeitliche Änderung der Phasendifferenz wieder. Ist die Spannung  $U$  über dem Kontakt  $\neq 0$ , so ist die Phasendifferenz nicht mehr zeitlich konstant. Als

Folge dessen fließt ein Wechselstrom der Frequenz  $\omega_j = \frac{2e}{\hbar} U$  (**Wechselstrom-Josephson-Effekt**).

Dies ergibt sich, wenn man die Gleichung (12) integriert und in die Gleichung (11) einsetzt. Für die Stromdichte gilt dann:

$$j = j_c \sin(\omega_j t + \varphi_0) \quad (14)$$

Für die Abhängigkeit der Frequenz des Wechselstromes von der angelegten Spannung folgt:

$$\nu_j(U) = \frac{\omega_j(U)}{2\pi} = 483,6 \frac{\text{GHz}}{\text{mV}} \cdot U \quad (15)$$

## 2.6 AC-Josephson-Effekt und Shapirostufen

Ein indirekter Nachweis des AC-Josephson-Effekts wird bei der schon beschriebenen Absorption von hochfrequenter Strahlung (photonenunterstütztes Tunneln) sichtbar. Dadurch wird zu der angelegten

Gleichspannung  $U_0$  die Wechselfspannung  $U_{LO} \cos(\omega_{LO} t)$  eingekoppelt, und somit gilt für die Gesamtspannung:

$$U(t) = U_0 + U_{LO} \cos(\omega_{LO} t) \quad (16)$$

Durch Einsetzen in Gleichung (12) und Integration erhält man:

$$\Delta\varphi = \frac{2eU_0}{\hbar}t + \frac{2eU_{LO}}{\hbar\omega_{LO}} \sin(\omega_{LO} t) + \varphi_0 \quad (17)$$

Daraus folgt für den Josephsonstrom:

$$I_J(t) = I_C \sin\left(\frac{2eU_0}{\hbar}t + \frac{2eU_{LO}}{\hbar\omega_{LO}} \sin(\omega_{LO} t) + \varphi_0\right) \quad (18)$$

Unter Verwendung der trigonometrischen Additionstheoreme und nach Entwicklung des Sinustersms nach Besselfunktionen<sup>1</sup> erhält man:

$$I_J(t) = I_C \sum_{n=-\infty}^{\infty} (-1)^n J_n\left(\frac{2eU_{LO}}{\hbar\omega_{LO}}\right) \sin[(\omega_J - n\omega_{LO})t + \varphi_0] \quad (19)$$

mit der Phase  $\varphi_0$  und den Besselfunktionen 1. Art  $J_n$ .

Aus Gleichung (19) erkennt man, dass nur unter der Bedingung  $n\omega_{LO} = \omega_J$  eine zusätzliche Gleichstromkomponente auftritt. In diesem Fall entstehen in der I-U-Kennlinie bei den Spannungen  $U_n = n\hbar\omega_{LO}/2e$  Stufen, die nach ihrem Entdecker als Shapiro-Stufen bezeichnet werden. Man beachte den Unterschied zwischen den Shapirostufen-Spannungen  $U_n$  und den Photonstufen-Spannungen  $U_{photon}$ ! Bei steigenden Frequenzen steigen die Spannungswerte, bei denen die Shapirostufen auftreten, die Spannungswerte der Photonstufen erniedrigen sich dagegen.

## 2.7 Magnetfeldabhängigkeit der Josephsoneffekte

Ein externes Magnetfeld, das den Tunnelkontakt parallel zur Barriereebene und senkrecht zum Stromfluss durchdringt, wirkt sich auf den maximal fließenden kritischen Strom  $I_C$  aus. Das Magnetfeld bewirkt eine räumliche Modulation der Phasendifferenz  $\Delta\varphi$  des Stromes entlang des Tunnelkontaktes.

<sup>1</sup> ABRAMOWITZ, M.; STEGUN, I. (1964): Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables. U.S. Department of Commerce, National Bureau of Standards

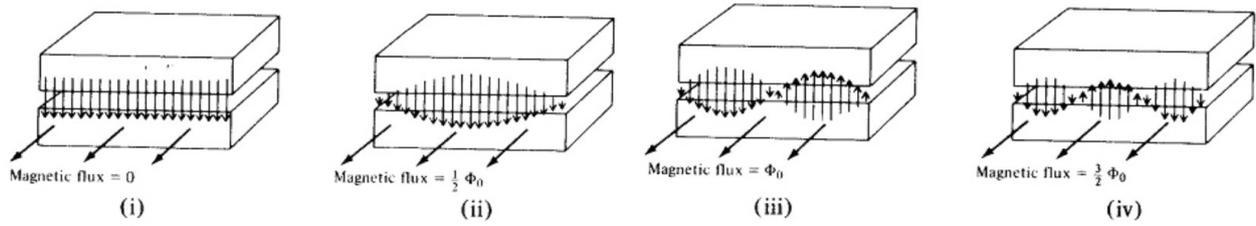


Abb. 2: Modulation des Josephsonstroms durch ein Magnetfeld

Die Phasendifferenz entlang des Tunnelkontaktes ( $x$ -Richtung) in Abhängigkeit eines Magnetfeldes ergibt sich zu:

$$\Delta \varphi(B_0, x) = \frac{2ed'}{\hbar} B_0 \cdot x + \varphi_0 \quad (20)$$

Dabei ist  $B_0$  die magnetische Flussdichte und  $d' = d + 2\lambda_L$  ist die Dicke der Barriere  $d$  plus die magnetische (londonsche) Eindringtiefe auf beiden Seiten der Barriere. Für die Stromdichte gilt dann:

$$j_S(B_0, x) = j_C \sin\left(\frac{2ed'}{\hbar} B_0 \cdot x + \varphi_0\right) \quad (21)$$

Für den vom Magnetfeld abhängigen maximalen kritischen Strom, der durch den Tunnelkontakt fließt, folgt im Fall einer rechteckigen Tunnelbarrieregeometrie:

$$I_C(\Phi) = I_C(0) \left| \frac{\sin\left(\pi \frac{\Phi}{\Phi_0}\right)}{\left(\pi \frac{\Phi}{\Phi_0}\right)} \right| \quad (22)$$

$\Phi_0$  ist das elementare Flussquant und  $\Phi = d' L B_0$  (mit  $L$  als Abmessung des Tunnelkontaktes senkrecht zum Magnetfeld) der magnetische Fluss, der den Tunnelkontakt durchsetzt.

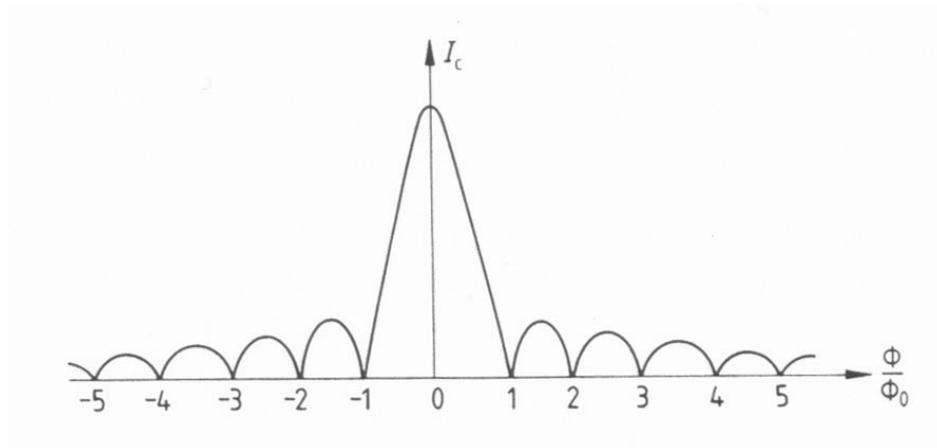


Abb. 3: Abhängigkeit des kritischen Stromes vom magnetischen Fluss

In Abb. 3 ist der kritische Strom  $I_c(\Phi)$  in Abhängigkeit des magnetischen Flusses aufgetragen. Die Abbildung ist gleich dem Beugungsmuster am Spalt. Die Nullstellen für  $I_c(\Phi)$  liegen an den Stellen, an denen der magnetische Fluss gerade ein Vielfaches des Flussquants  $\Phi_0$  beträgt.

## 3 Versuchsaufbau

### 3.1 Supraleitender Tunnelkontakt und Messhalterung

Um die I-U-Kennlinie eines supraleitenden Tunnelkontaktes zu untersuchen, wird in diesem Versuch ein Nb/AlO<sub>x</sub>/Nb Tunnelkontakt verwendet. Der SIS-Tunnelkontakt befindet sich auf einem kleinen Quarzsubstrat, integriert in eine supraleitende Hochfrequenzschaltung, die zur Anpassung an die Impedanz des Hohlleiters dient, über den die Millimeterwellen-Hochfrequenz eingekoppelt wird. Das Substrat ist in einem (20 x 20 x 10 mm) Mischerblock eingebaut. In den Mischerblock integriert sind die Messkontakte (Vierpol-Messung) und supraleitende Magneten zur Unterdrückung der Josephsoneffekte. Der Mischerblock ist am Kopf eines Messstabes montiert, der zur Messung bei 4,2 K über eine Quetschverschraubung in einen Heliumkryostaten eingelassen werden kann. Die Messkontakte werden über Drähte durch den Messstab nach außen geführt und werden über ein mehrpoliges Messkabel mit der Hauptelektronik (Bias-Supply-Box des Messracks) verbunden. Im Kopf des Messstabes ist in unmittelbarer Nähe zum Mischerblock noch eine Diode zur Temperaturmessung angebracht. Die HF-Strahlung wird von einem Lokaloszillator (Gunn-Diode + Schottky-Dioden-Frequenzvervielfacher) erzeugt und über einen Hohlleiter eingekoppelt.

### 3.2 Messtechnik

Zur I-U-Kennlinienaufnahme wird der Messstab an die Bias-Supply-Box, die unter anderem als Spannungsversorgung dient, angeschlossen. Von hier aus werden die Messsignale an das Zweikanal-Oszilloskop und über einen A/D-Wandler (National Instruments) an den PC weitergeleitet. Die Messwertaufnahme am PC erfolgt über ein Programm, das die Kennlinie online darstellt sowie die Temperatur am SIS-Mischer und den Strom durch den supraleitenden Magneten anzeigt. Die über den Rechner aufgenommenen Daten können im ASCII-Format gespeichert werden.

**Wichtig:** Es ist darauf zu achten, dass die Schalter an der Dipstick-Box und der „Bias“-Schalter an der Elektronik-Box auf „off“ und „safe“ stehen, bevor der Dipstick angeschlossen wird und bevor Geräte eingeschaltet werden, da sonst der Tunnelkontakt beschädigt werden könnte.

Da alle Bauteile extrem empfindlich gegen statische Entladung (ESD) sind, sollte darauf geachtet werden, dass man während der Montagearbeiten ein Erdungsband trägt.

Zur Inbetriebnahme des Lokaloszillators im zweiten Versuchsteil ist folgendes zu beachten:

**Wichtig:** Vor dem Einschalten des Gunn-Oszillators muss darauf geachtet werden, dass das

verstellbare **Dämpfungsglied** (Mikrometerschraube) zwischen Gunn-Oszillator und Vervielfacher **geschlossen** ist, d.h. im Uhrzeigersinn am Anschlag auf maximaler Dämpfung steht.

Die Betriebsspannung des Gunn-Oszillators beträgt 10 Volt bei 0,25 Ampere und wird von der Biaselektronik geliefert. Nach dem Einschalten des Gunn-Oszillators wird das Dämpfungsglied soweit aufgeföhren, bis man die Effekte auf der Kennlinie beobachten kann.

## 4 Versuchsdurchföhung

### 4.1 Abköhlen und Aufwöhren des Messstabes

Um den Tunnelkontakt auf 4,2 K abzuköhlen, wird er in flüssiges Helium getaucht. Hierzu wird der Messstab mit der Quetschverschraubung auf den Flansch des Heliumkryostaten aufgesetzt, wobei der Messstab ganz hochgezogen sein muss. Beim Abköhlvorgang ist darauf zu achten, dass der Stab nicht zu schnell in den Heliumkryostaten abgesenkt wird, um den Heliumverbrauch zu senken. Zur Sicherung des Messstabes dient neben der Quetschverschraubung eine zusätzliche Halteklammer.

Das Aufwöhren des Messstabes verläuft dabei umgekehrt zum Abköhlvorgang.

*Sowohl beim Abköh- als auch beim Aufwöhmvorgang der Probe muss der Assistent zugegen sein.*

Der Meßstab ist magnetisch nicht abgeschirmt. Es kommt daher mitunter zu eingestreuten Magnetfeldern oder eingefrorenen Flußschleifen (trapped flux), die zu einer Unterdrückung des Josephson-Stroms auch bei Magnetstrom 0mA föhren. Hinzu kommt eine mögliche Remanenz im Kernmaterial des Magneten. Das eingefrorene bzw. Remanenzfeld kann meist mit einer entsprechenden entgegengesetzten Einstellung des Magnetstroms kompensiert werden. Diese Kompensation sollten Sie immer vornehmen, wenn hier von „Messungen ohne Magnetfeld“ die Rede ist. Gemeint ist damit immer „mit maximalem Josephson-Strom“.

### 4.2 Messung der I-U-Kennlinien

“

Beim Absenken des Messstabes ist der Kennlinienverlauf auf dem Oszilloskop zu beobachten. Beim Erreichen der Sprungtemperatur ändert sich der vorher lineare Kennlinienverlauf und nimmt die charakteristische Form einer SIS-Kennlinie an. Der Übergang in den supraleitenden Zustand und die Bildung der Cooper-Paare (Bose-Einstein-Kondensation) lassen sich hier makroskopisch beobachten.

#### 4.2.1 *I-U-Kennlinien des Tunnelkontaktes ohne HF-Einstrahlung*

In diesem ersten Versuchsteil messen Sie die Kennlinien des Tunnelkontakts bei verschiedenen Temperaturen, in dem der Meßstab langsam nach oben aus der Heliumkanne gezogen wird. Aus den Kennlinien (ohne Magnetfeld) bestimmen Sie die Energielückenspannung. Wählen Sie die Anzahl der Messungen und die Temperaturen so, dass Sie für einen Fit an den theoretischen Verlauf (Vorbereitung!) geeignete Daten erhalten. Nehmen Sie bei der tiefsten Temperatur eine Kennlinie mit vollständig unterdrücktem Josephson-Gleichstrom auf, sowie eine Kennlinie mit maximalem Josephson-Gleichstrom (beachten Sie die Bemerkungen unter 4.1)

#### 4.2.2 *Kennlinien mit HF-Einstrahlung*

In diesem Versuchsteil wird der Lokaloszillator montiert und an den Hohlleiterflansch des Messstabes gekoppelt. Nach Einschalten des Lokaloszillators und Aufdrehen des Dämpfungsglieds werden die „gepumpten“ Kennlinie aufgenommen werden. Nehmen Sie Kennlinien für drei Frequenzen auf (Einstellung des Oszillators durch den Assistenten). Nehmen Sie für jede Frequenz jeweils eine Kennlinie mit unterdrücktem Josephson-Effekt auf, sowie eine mit möglichst vielen sichtbaren Shapiro-Stufen (optimieren mit Magnetstrom und Dämpfungsglied). Nehmen Sie zusätzlich eine Kennlinie ohne HF-Einstrahlung auf, die als Bezugsmessung für die Gapspannung dient.

## 5 Versuchsauswertung

In allen Diagrammen in der Auswertung sollten Ihre abgelesenen Werte klar nachvollziehbar eingezeichnet sein. Zeigen Sie ggf. Ausschnitte aus den Daten

### 5.1 **I-U-Kennlinien des Tunnelkontaktes ohne HF-Einstrahlung**

Sortieren Sie die Meßdaten jeweils nach der Spannung und fassen Sie Messungen für gleiche Spannungswerte durch Mittelung der entsprechenden Stromwerte zusammen.

Bestimmen Sie aus der aufgenommenen Quasipartikelkennlinie bei der tiefsten erreichten Temperatur den Wert für den Tunnelwiderstand im linearen Bereich der Kennlinie,  $R_N$ . Nach ausreichender Glättung der Meßdaten berechnen Sie die Ableitung des Stroms nach der Spannung. Ermitteln Sie aus den Maxima der Ableitungen die Spannung  $U_{gap}$  bei den jeweiligen Temperaturen und daraus den Wert für  $2\Delta(T)$  und bestimmen Sie aus einem Fit an den theoretischen Verlauf

$2\Delta_{\text{Niob}}(0)$  in meV und die kritische Temperatur. Überprüfen Sie, inwieweit der ermittelte Wert  $2\Delta_{\text{Niob}}(0)$  mit der Vorhersage der BCS-Theorie für die Energielücke übereinstimmt. Die kritische Temperatur sollte bei etwa 9.2K liegen. Diskutieren Sie Gründe für eine mögliche Abweichung. Bestimmen Sie aus der Kennlinie ohne Magnetfeld den kritischen Strom  $I_C$  und vergleichen Sie ihn mit dem rechnerisch bestimmten Wert aus Gleichung (13). Benutzen Sie für den SCF einen Wert von 0.8 Wie erklären Sie den möglicherweise abweichenden Wert des kritischen Stroms?

## 5.2 Kennlinien mit HF-Einstrahlung

Bestimmen Sie aus den aufgenommenen Kennlinien mit HF-Einstrahlung für jede eingestellte Frequenz des Oszillators jeweils die Spannungswerte der Photonstufen und der Shapiro-Stufen und ermitteln Sie daraus jeweils getrennt die Frequenz der HF-Wellen in GHz. Benutzen Sie zur Bestimmung der Stufenspannungen wieder die Maxima der numerischen Ableitung der Kennlinien. Benutzen Sie für alle Frequenzbestimmungen aus den Photonstufen die Gapspannung aus der Messung ohne HF-Einstrahlung. Trennen Sie bei den Kennlinien ohne Magnetfeld zunächst sorgfältig, was einer Shapirostufe und was einer Photonstufe entspricht. Wegen des möglichen Überlapps erfordert das Sorgfalt! Benutzen Sie dabei die aus den Kennlinien mit Magnetfeld sichere Identifikation der Photonstufen. Kennzeichnen Sie die Spannungswerte im Diagramm entsprechend als Photonstufe oder als Shapirostufe und versehen sie mit der Ordnung  $n$ . Diskutieren Sie die Ergebnisse. Warum liegt die Shapiro-Stufe mit  $n=2$  so nahe bei (oder sogar bei der gleichen Spannung) wie die Stufenspannung der Photonstufe mit  $n=1$ ? Ist das immer so bei photonenunterstütztem Tunneln?

Optionale Zusatzaufgabe: Versuchen Sie einen Fit der Tien-Gordon-Gleichung an eine der gepumpten Kennlinien mit unterdrücktem Josephson-Strom. Fitparameter sind die Spannung  $U_{LO}$  und die Frequenz  $\omega$ .