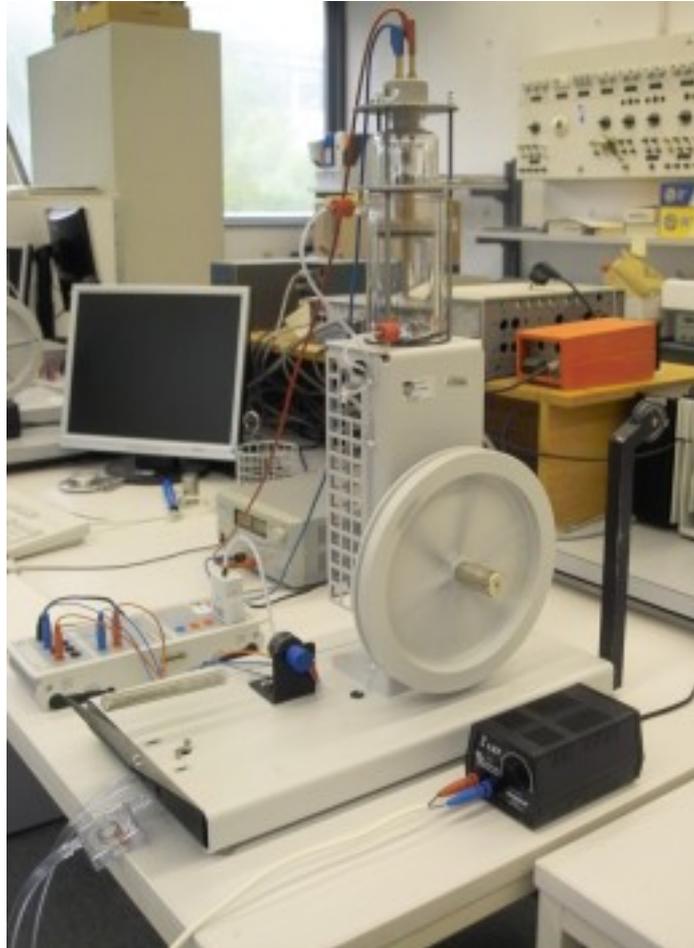


# Wärmekraftmaschine: Stirlingmotor

Versuchsanleitung für das Praktikum B  
– Version vom 13. November 2014 –



## Inhaltsverzeichnis

<b>Worüber Sie sich zur Vorbereitung informieren sollten</b>	<b>1</b>
<b>Einführung</b>	<b>2</b>
Die Idee hinter dem Stirlingmotor	2
Exkurs: Der Carnot-Prozess	4
Technik und Details des Stirlingmotors	6
Wie effizient arbeitet ein Stirlingmotor?	9
Altes Motorkonzept – innovative Zukunft?	12
<b>Sicherheitshinweise</b>	<b>13</b>
<b>Aufbau des Motors und Zubehör</b>	<b>14</b>
<b>Durchführung</b>	<b>15</b>
<b>Auswertung</b>	<b>18</b>
Bildnachweis	20

## Worüber Sie sich zur Vorbereitung informieren sollten

Obwohl man beim Thema „Motor“ eher zuerst an Kfz-Antriebe mit einer Menge ölverschmierter Mechanik denkt, handelt es sich physikalisch um ein thermodynamisches System. Daher bildet die Thermodynamik den Schwerpunkt im Vorbereitungsteil Ihres Versuchsprotokolls, der folgende Themen enthalten soll:

- Entropie, innere Energie, Temperatur: Wie sind diese Größen definiert, was sagen sie über ein System aus und wie hängen sie miteinander zusammen?
- Hauptsätze der Thermodynamik
- Zustandsgleichung für das ideale klassische Gas („Ideales-Gas-Gesetz“)
- Carnot-Prozess: Definition, p-V- und S-T-Diagramm und Wirkungsgrad. Wie bestimmt man aus einem p-V-Diagramm die vom Gas pro Zyklus geleistete Arbeit? Begründen Sie Ihre Antwort mit einer Formel.
- Funktionsweise des Stirlingmotors, vgl. Bauplan auf Seite 14
- Energieübertragung: Auf welche Arten kann man Wärmeenergie übertragen? Was ist der Wirkungsgrad eines Energietransports im Allgemeinen und einer Wärmekraftmaschine im Besonderen?
- Darstellung einer periodischen reellen Funktion als reelle Fourierreihe

Als Ergänzung (d.h. nicht im Protokoll) ist die Kenntnis der Funktionsweise einiger anderer Wärmekraftmaschinen sinnvoll:

- Dampfmaschine (Newcomen / Watt)
- Konventionelle Verbrennungsmotoren (Diesel-, Otto-, Zweitaktmotor)
- Wankelmotor
- Gasturbine, GuD-Kombikraftwerk

Runden Sie Ihr Wissen mit ein paar technischen Details des Stirlingmotors ab.

- Welche Funktion hat der Regenerator beim Stirlingmotor?
- Was kann man tun, um den Wirkungsgrad eines Stirlingmotors zu erhöhen?
- Warum muss man den Stirlingmotor zum Starten ankurbeln? Beim Auto muss man das doch auch nicht – oder?
- Informieren Sie sich über die verschiedenen möglichen Bauweisen von Stirlingmotoren.

Als Ergänzung zu dieser Versuchsanleitung sind alle gängigen Lehrbücher der Experimentalphysik empfehlenswert, die die Thermodynamik des idealen klassischen Gases, den Carnot-Prozess oder den Stirlingmotor behandeln, also insbesondere Gerthsen, Demtröder 1, Tipler, Halliday, Bergmann-Schaefer 1 und Feynman 1. Von diesen Büchern enthalten manche auch sehr anschauliche Einführungen in die Fouriertransformation und ihre Anwendungen. Wer mehr über die Theorie erfahren möchte, sollte z.B. in Schwabl, Fließbach 4 oder Greiner 9 einen Blick werfen.

Im Internet gibt es eine Menge Material zu Motoren jeglicher Art mit unterschiedlichsten Schwerpunkten. Eine gute Seite zum Einstieg in die Welt der Stirlingmotoren, für den Überblick und mit vielen Links ist z.B. <http://www.bekkoame.ne.jp/~khirata>, wo vor allem ein Blick auf die „academic edition“ lohnenswert ist.

# Einführung

## Die Idee hinter dem Stirlingmotor

Wärme ist die innere Energie eines Systems, also Energie, die in den Freiheitsgraden seiner Teilchen steckt. Befinden sich die Teilchen in thermischer Isolation, bzw. stellen sie im Modellbild ein abgeschlossenes System dar, so ist ihre Gesamtenergie erhalten. Nach einer Weile geht das System in seinen wahrscheinlichsten Zustand über: Das thermodynamische Gleichgewicht. Es gibt verschiedene äquivalente Arten der Charakterisierung eines thermodynamischen Gleichgewichts: Es ist sowohl der Zustand mit der größten physikalischen Wahrscheinlichkeit als auch der mit maximaler Entropie; genauso gut könnte man sagen, dass die Temperatur des Systems einen zeitlich und räumlich konstanten Wert annimmt. Die erste Verknüpfung beruht auf der Definition der Entropie:

$$S = k_B \ln W .$$

Dabei ist  $k_B \approx 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$  die Boltzmannkonstante und  $W$  das Maß für die Wahrscheinlichkeit des momentanen mikroskopischen Zustands des Systems. Um an dieser Stelle nicht allzu tief in die Theorie einzusteigen, sei hier als Beispiel ein Gas mit einer bestimmten Energie in einem verschlossenen Behälter erwähnt. Für ein solches Gas ist ein Zustand, in dem sich alle Teilchen mit einer ähnlichen Geschwindigkeit bewegen, (wesentlich) wahrscheinlicher als ein Zustand der selben Gesamtenergie, in dem z.B. ein Teilchen sich mit sehr großer Geschwindigkeit bewegt und alle weiteren Teilchen ruhen.

Die zweite Äquivalenz beruht auf der Definition der Temperatur:

$$\frac{1}{T} := \frac{\partial S}{\partial E} .$$

Wenn man das System in zwei gedachte Teilsysteme unterteilt, kann man zeigen, dass eine identische Temperatur in beiden Teilen eine notwendige Bedingung zum Erreichen des Zustands mit maximaler Entropie ist. Dieser Umstand ist auch als **0. Hauptsatz der Thermodynamik** bekannt.

In der Realität sind abgeschlossene Systeme bzw. perfekte thermische Isolierungen natürlich nicht möglich. Ein echter thermischer Kontakt zur Umgebung kann aber – falls Größe und Zeitskala des Systems hinreichend klein gegen die Umgebung sind – genauso behandelt werden wie die künstliche Trennung im Idealfall oben: Wenn die Umgebung die selbe Temperatur hat wie das System, sind beide im thermodynamischen Gleichgewicht. Wenn nicht, erfolgt ein Energieübertrag (Wärmestrahlung, -leitung, -transport) in der Richtung mit der größten Entropiezunahme, im Falle der Wärmeleitung entspricht dies der Richtung des negativen Temperaturgradienten.

Im Fall eines Ungleichgewichts kann die Energie auf ihrem Weg in eine Wärmesenke durch eine Reihe von Systemen fließen, die die Energie in unterschiedlichen Freiheitsgraden zwischenspeichern. Eine hervorragende Idee wäre eine bewegliche Apparatur, die einen Teil der Wärme in Bewegungsfreiheitsgrade umlenkt, um dem Menschen schwierige Bewegungsabläufe zu erleichtern, ein „Beweger“ – oder, auf lateinisch ausgedrückt, ein **Motor**. Man muss nur dafür sorgen, dass das Ungleichgewicht bzw. die Temperaturdifferenz möglichst lange vorhält, wenn man vermeiden will, dass die Bewegung nach kurzer Zeit zum Erliegen kommt. Im bisherigen Verlauf der technischen Entwicklung war dies nur durch Verbrennung geeigneter Stoffe mit einer hohen Verbrennungswärme möglich, z.B. Kohle, Holz, Gas oder Öl. Um so eine langlebige Wärmequelle effizient nutzen zu können, benötigt man wiederum einen zyklisch arbeitenden Motor, da die Dauer der Verbrennung viel größer als z.B. die Dauer eines Expansionstakts ist. Dieser Grundgedanke lag den ersten **Dampfmaschinen**, die im 18. Jahrhundert in Europa gebaut wurden, und den **Dampflokomotiven** des 19. Jahrhunderts zugrunde.

Öle und deren Derivate (Benzin) sind flüchtige Brennstoffe, die gegenüber Kohle den Vorteil haben,

dass sie flüssig sind und so bei kontrollierter Verdampfung ein explosives Öl-Luft-Gemisch bilden können, das als Brenngas die Grundlage des **Verbrennungsmotors** bildet. So wurde erstmals der Bau kontinuierlich arbeitender Motoren auf Basis einer nicht kontinuierlichen Verbrennung möglich. Ein großer Vorteil dieser Motoren ist, dass die Verbrennungswärme direkt zur Umwandlung in Bewegung zur Verfügung steht und nicht erst auf das eigentliche Arbeitsgas (z.B. Wasserdampf bei der Dampfmaschine) übertragen werden muss. Die Nachteile von Verbrennungsmotoren sind vor allem die „Auspuffgase“, giftige Verbrennungsrückstände, die durch die massive Verwendung von Verbrennungsmotoren zu einem globalen Problem geworden sind. Die Lösungsansätze hierzu, von Biosprit bis Brennstoffzelle, sind mannigfaltig und in der kritischen Diskussion.

Eine Besonderheit des **Stirlingmotors** ist seine Fähigkeit, je nach Einsatzgebiet auch ganz ohne Verbrennungswärme auszukommen. Emissionsfreie Stirlingmotoren arbeiten beispielsweise mit fokussiertem Sonnenlicht, kleinen Vorführmodellen genügt schon die Körperwärme, wenn man die Hand um den Zylinder schließt, als Wärmequelle. Außerdem sind Stirlingmotoren umkehrbar, d.h. sie sind mit einem mechanischen Antrieb als Kältemaschinen oder – bei umgekehrter Drehrichtung – als Wärmepumpen nutzbar. Emissionsfreiheit war jedoch nicht der eigentliche Grund für die Erfindung des Stirlingmotors durch **ROBERT STIRLING** (Patent 1816), sondern die Suche nach einer Alternative zu den explosionsgefährlichen Dampfmaschinen.

Wie alle anderen Wärmekraftmaschinen auch basiert der Stirlingmotor auf der thermischen Ausdehnung eines Arbeitsgases, das im Zylinder verbleibt und nicht wie beim Verbrennungsmotor ständig ausgetauscht werden muss. Das expandierende Gas bewegt einen Arbeitskolben<sup>1</sup>, dessen lineare Bewegung z.B. durch eine Pleuelwelle in eine Kreisbewegung umgewandelt wird. Die Trägheit eines Schwungrades sorgt durch anschließende Kompression für einen zyklischen Prozess.

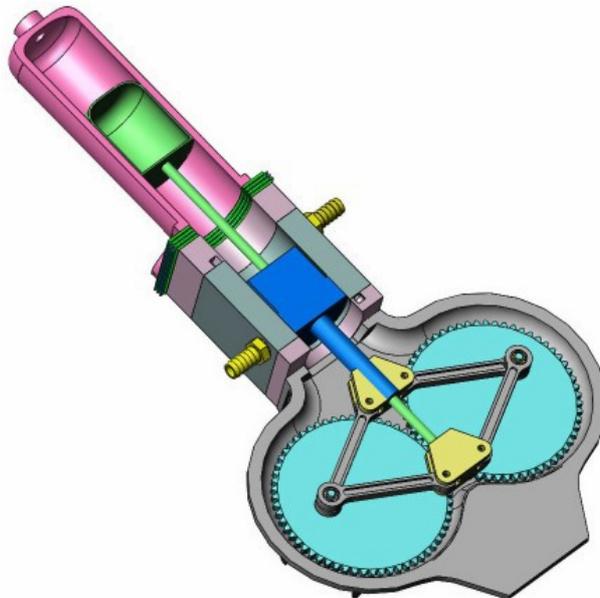


Abbildung 1: Beispiel eines Stirling-Hubkolbenmotors mit Rhombenantrieb. Pink: heißer, dunkelgrau: kalter Zylinder-  
teil, mit Anschlüssen für die Kühlflüssigkeit (gelb). Hellgrün: Verdrängerkolben. Dunkelblau: Arbeitskolben.

Was jetzt noch fehlt, ist eine Konstruktion, die es erlaubt, das Arbeitsgas schnell zu kühlen bzw. aufzuheizen. Das geht mit dem Arbeitskolben allein nur schwierig, und viel nutzbare Leistung stände dann auch nicht zur Verfügung. Ein zweiter Kolben – der Verdrängerkolben – muss her, der das Arbeitsgas in einen kalten und einen warmen Bereich aufteilt, aber gleichzeitig gasdurchlässig ist. Dem Verdrängerkolben kommt auf der Suche nach höheren Wirkungsgraden eine Schlüsselrolle zu: Sein Luftkanal ist z.B. mit Kupfer-Drahtwolle gefüllt, die das Gas beim Strömen in den Kaltbereich des Zylinders abkühlt und beim Zurückströmen in den Warmbereich vorwärmt. Dadurch wird der

<sup>1</sup> Es gibt auch seltenere Bauformen des Stirlingmotors, wie z.B. den Flachplatten-Stirlingmotor, die ohne Kolben arbeiten. In dieser Anleitung wird jedoch nur die gebräuchlichste Bauform mit Zylinder und Hubkolben erklärt.

Temperaturunterschied zwischen Warm- und Kaltbereich größer als ohne Kupferwolle und der Wirkungsgrad erhöht sich. Man sagt auch, die Kupferwolle hat die Funktion eines **Regenerators**.

### *Exkurs: Der Carnot-Prozess*

Die ultimative Bewährungsprobe für jedes Motorenkonzept ist der Vergleich mit der besten denkbaren Wärmekraftmaschine überhaupt: dem **Carnot'schen Kreisprozess**. Der Carnot-Prozess besitzt einen idealen Grenzfall, in dem der gesamte Prozess reversibel abläuft und sein Wirkungsgrad maximal ist. **Reversibel** ist ein thermodynamischer Prozess genau dann, wenn man ihn (durch Entfernen oder Hinzufügen von Zwangsbedingungen) vollständig umkehren kann. Stellen Sie sich als Beispiel einen einfachen Hubkolben in einem Zylinder vor: Wenn man das Gas unter dem Kolben durch Zufuhr einer bestimmten Wärmemenge  $Q$  erwärmt, dehnt es sich aus und der Kolben ändert seine Position, d.h. es wird eine entsprechende Menge  $A$  mechanischer Arbeit verrichtet. Ist dieser Expansionsprozess reversibel, so kann man dem Gas die selbe Wärmeenergie  $Q$  wieder hinzufügen, in dem man den Kolben unter Verrichtung der selben Arbeit  $A$  in den Zylinder hinein drückt. Andernfalls geht bei der Umkehrung Energie „verloren“, das Gas erwärmt sich nur um eine Menge  $Q' < Q$  und man spricht von einem **irreversiblen** Prozess. Aufgrund der Energieerhaltung ist die Energiedifferenz aber nicht verloren, sondern sie wird in eine für das Gas nicht mehr nutzbare Form umgewandelt. Das kann nur bedeuten, dass der Mechanik Wärme (durch Erwärmung und Reibung) und / oder Arbeit (durch Verformung oder Verlagerung anderer beweglicher Teile) zugeführt wird. Da sich bewegliche Maschinen weder reibungsfrei noch perfekt isoliert bauen lassen, folgt im Umkehrschluss, dass es keine reversiblen Wärmekraftmaschinen gibt. Diese gibt es nur in theoretischen Betrachtungen.

Ein thermodynamischer Kreisprozess besteht im Modell gewöhnlich aus einem ständigen Wechsel von Kompression und Expansion eines (nicht näher spezifizierten) Gases in einem thermisch isolierten Behälter. In diesem Behälter möge es jedoch eine Wärmequelle der Temperatur  $T_1$  sowie eine Wärmesenke der Temperatur  $T_2$  geben. Die thermische Ankopplung dieser sogenannten Reservoirs möge sich außerdem auf Wunsch instantan ein- und ausschalten lassen. Die Differenz aus aufgenommener Wärme  $+Q_1$  und abgegebener Wärme  $-Q_2$  wird dem Gas als mechanische Arbeit  $-A$  abgeführt, nach dem 1. Hauptsatz gilt also  $Q_1 = -A - Q_2$ . Im Fall einer reversiblen Umkehrung wird eine Arbeit  $+A$  am Arbeitsgas verrichtet, wodurch ein Wärmefluss in Gang gesetzt wird, bei dem die selbe Wärmemenge  $+Q_2$  aus dem kühleren Reservoir aufgenommen und die Wärmemenge  $-Q_1 = A + Q_2$  an das wärmere Reservoir abgegeben wird.

Für die Verwendbarkeit einer thermodynamischen Maschine ist die Effizienz entscheidend. Man möchte möglichst viel zugeführte Wärme in Form von Arbeit nutzen können. Das richtige Maß für die Effizienz eines Kreisprozesses ist der **Wirkungsgrad**, das ist der Anteil der pro Zyklus in Arbeit umgewandelten Wärmeenergie:

$$\eta = \frac{-A}{Q_1}.$$

Der Wirkungsgrad des Carnot-Prozesses ist die obere Grenze für den Wirkungsgrad realer Wärmekraftmaschinen. Der Carnot-Prozess ist – unter den selben Bedingungen wie oben beschrieben – folgendermaßen definiert:

#### 1. **Isotherme Expansion**

Das Arbeitsgas dehnt sich unter Zufuhr der Wärmemenge  $Q_1$  aus, ohne dabei seine Temperatur  $T_1$  zu verändern. Dabei nimmt die Entropie des Gases zu, und zwar mindestens um den

Betrag  $\frac{Q_1}{T_1}$ . Nach dem **2. Hauptsatz der Thermodynamik** gilt nämlich  $dQ \leq T dS$  (Gleichheit entspricht dem reversiblen Prozess) und damit

$$Q_1 \leq \int_{S_2}^{S_1} T_1 dS = T_1(S_1 - S_2).$$

## 2. Adiabatische Expansion

Die Expansion geht noch eine Weile ohne Wärmezufuhr („adiabatisch“,  $dQ=0$ ) weiter. Im reversiblen Fall verläuft dieser Schritt zusätzlich reibungsfrei und die Entropie bleibt konstant. Durch die Expansion kühlt sich das Gas auf die Temperatur  $T_2$  ab. Am Ende dieses Schritts ist das Volumen maximal.

## 3. Isotherme Kompression

Das Gas wird mechanisch komprimiert, gleichzeitig aber so gekühlt, dass seine Temperatur dabei konstant bleibt. Analog zu Schritt 1 gilt für die abgeführte Wärme  $-Q_2$ :

$$Q_2 \leq \int_{S_1}^{S_2} T_2 dS = -T_2(S_1 - S_2).$$

## 4. Adiabatische Kompression

Die ungekühlte Kompression bis zum Minimalvolumen verläuft unter Erhöhung der Temperatur auf den selben Wert  $T_1$  wie am Anfang. Auch hier ist die Entropie im reversiblen Fall konstant.

Der zeitliche Verlauf des Systemzustands lässt sich in sogenannten Arbeitsdiagrammen darstellen, siehe Abbildung 2. Der Verlauf der Kurven für die einzelnen Teilprozesse folgt direkt aus deren Definition. Das S-T-Diagramm in Abbildung 2 gilt allgemein, das p-V-Diagramm hingegen nur für das ideale klassische Gas. Der Verlauf der Isothermen,  $p \sim 1/V$ , folgt direkt aus der Zustandsgleichung („Ideales-Gas-Gesetz“); für die Adiabaten des idealen Gases gilt  $p \sim V^{-5/3}$ .

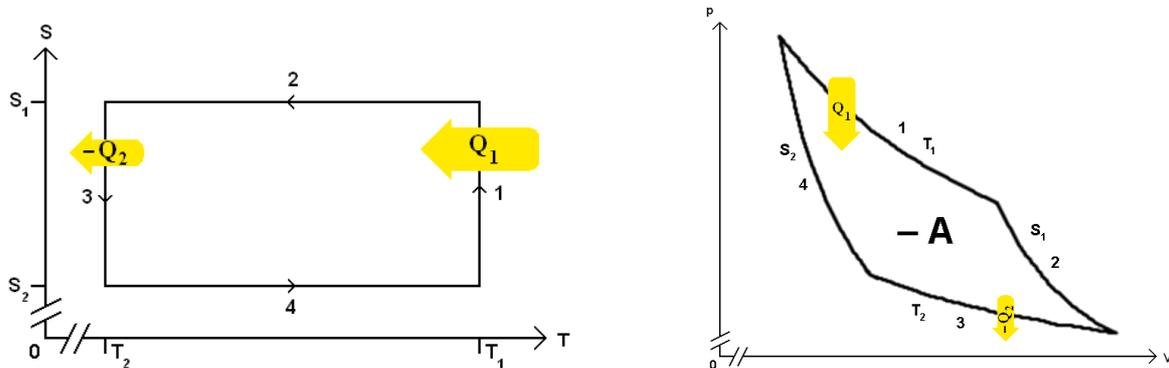


Abbildung 2: S-T- und p-V-Diagramm des Carnot-Prozesses

Damit lässt sich zeigen, dass der reversible Carnot-Prozess erwartungsgemäß den höchsten Wirkungsgrad hat. Dazu folgende Überlegung: Der Prozessweg im S-T-Diagramm des reversiblen Prozesses ist geschlossen, d.h. man kann schreiben:

$$\oint_{\text{Carnot}} dS = 0.$$

Mit den Beziehungen aus Schritt 1 und 3 folgt

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = \oint \frac{dQ}{T} \leq \oint dS = 0.$$

Andererseits gilt die Energieerhaltung: Die vom Carnot-Prozess verrichtete Arbeit  $-A$  und die abgegebene Wärme  $-Q_2$  stammen aus der aufgenommenen Wärme  $Q_1$ , d.h. es gilt:

$$-A = Q_1 - (-Q_2) \text{ bzw. } \eta_C = 1 - \frac{-Q_2}{Q_1}.$$

Durch Umformen und Einsetzen der Entropieungleichung erhält man schließlich

$$\eta_C \leq 1 - \frac{T_2}{T_1},$$

was zu zeigen war. Man meint auch für gewöhnlich den Wirkungsgrad des reversiblen Carnot-Prozesses, wenn man vom „**Carnot-Wirkungsgrad**“ allgemein spricht. Auffällig ist, dass dieser ausschließlich von den Temperaturen der beiden Reservoirs abhängt.

Man kann auch in einem Gedankenexperiment zeigen, dass eine Wärmekraftmaschine mit einem höheren Wirkungsgrad als dem der reversiblen Carnot-Maschine nicht möglich ist. Dazu stellt man sich eine Installation vor, in der beide Maschinen zwischen den selben Reservoirs arbeiten und die Arbeit der besseren Maschine genutzt wird, um die reversible Carnot-Maschine umgekehrt als Wärmepumpe (von kalt nach warm) anzutreiben. In der Bilanz stellt sich heraus, dass das Gesamtsystem von selbst Wärme aus dem kalten in das warme Reservoir befördert. Dies wäre somit ein *perpetuum mobile*, das nach dem 2. Hauptsatz der Thermodynamik nicht möglich ist.

### Technik und Details des Stirlingmotors

Sie kennen jetzt die Idee hinter dem Stirlingmotor und wissen, wie ein idealer Motor arbeiten würde. Was im Puzzle jetzt noch fehlt, ist die Arbeitsweise des Stirlingmotors.

Wie bereits gesagt, ist die Bauweise mit **zwei Kolben** ein wesentliches Charakteristikum des Stirlingmotors. Ihre Verankerungspunkte am **Schwungrad** schließen mit dessen Drehachse einen rechten Winkel ein, was bewirkt, dass sich die Kolben um  $90^\circ$  phasenverschoben bewegen. Im regulären Betrieb als Wärmekraftmaschine geht der Verdrängerkolben dem Arbeitskolben voraus.

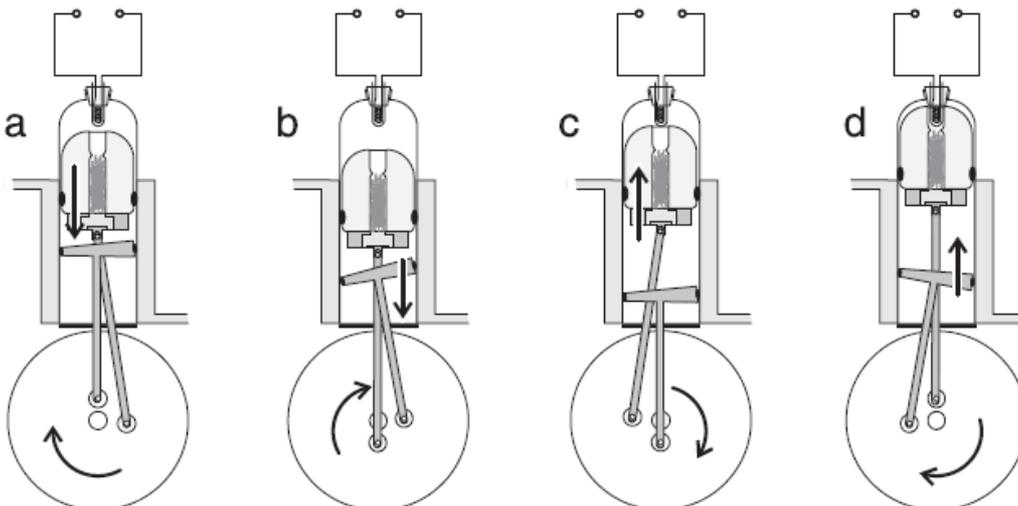


Abbildung 3: Skizze des Motors zu vier verschiedenen Zeitpunkten eines Arbeitszyklus

Die Skizze zeigt den arbeitenden Stirlingmotor in vier Positionen, die jeweils einen Takt auseinander liegen, d.h. wie die meisten gängigen Verbrennungsmotoren ist der Stirlingmotor ein Viertaktmotor. Man bemerke jedoch den Unterschied z.B. zum **Ottomotor**: Während dort das Gas in einem

Zylinder nur bei jeder zweiten Umdrehung der Kurbelwelle gezündet wird (Zündabstand  $720^\circ$ ), beginnt der Zyklus des Stirlingmotors bei jeder Umdrehung von vorn (Zündabstand  $360^\circ$ ).

- Der Arbeitskolben befindet sich im oberen Umkehrpunkt (d.h.  $V$  minimal), und der Verdrängerkolben bewegt sich abwärts. Dabei wird das Arbeitsgas im Regenerator vorgewärmt, bevor es in thermischen Kontakt mit der Heizung kommt.
- Der Verdrängerkolben ruht, der Arbeitskolben bewegt sich durch die thermische Expansion des Gases abwärts. Die in diesem Takt verrichtete Arbeit (siehe  $p$ - $V$ -Arbeitsdiagramm) kann zum Teil als Nutzarbeit verwendet werden.
- Der Arbeitskolben befindet sich im unteren Umkehrpunkt (d.h.  $V$  maximal), und der Verdrängerkolben bewegt sich aufwärts. Dabei speichert der Regenerator einen Teil der Wärme des durchströmenden Gases, bevor es in thermischen Kontakt mit der Kühlwand kommt.
- Der Verdrängerkolben befindet sich im oberen Totpunkt, der Arbeitskolben wird durch die träge Rotation des Schwungrades nach oben gedrückt. In diesem Takt wird Arbeit am Arbeitsgas verrichtet, d.h. ein Teil der in Takt b geleisteten Arbeit wird wieder in das System zurückgeführt.

Die Takte a und c verlaufen im Idealfall bei konstantem Volumen (isochor), b und d sollen wie beim Carnot-Prozess isotherm verlaufen. Im  $p$ - $V$ -Arbeitsdiagramm sieht dieser Prozess so aus:

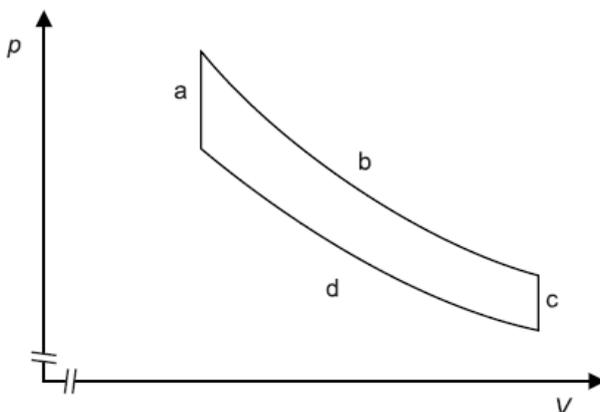


Abbildung 4:  $p$ - $V$ -Arbeitsdiagramm des idealen Stirlingmotors

Dass man beim idealen Motor die adiabatischen Schritte des Carnot-Prozesses durch isochore Schritte ersetzt, ist nur eine Konvention. Beim *physikalisch* idealen Carnot-Prozess (ideales Gas) heben sich nämlich die Arbeitsbeiträge der adiabatischen Schritte genau weg: Bei den adiabatischen Schritten ist die Energie  $E = \frac{3}{2} N T$  des Gases erhalten, also volumenunabhängig, und damit

$$-A_{23} = \int_{V_2}^{V_3} p dV = \int_{T_1}^{T_2} \frac{3}{2} N k_B dT = \frac{3}{2} N k_B (T_2 - T_1)$$

$$-A_{41} = \int_{V_4}^{V_1} p dV = \int_{T_2}^{T_1} \frac{3}{2} N k_B dT = \frac{3}{2} N k_B (T_1 - T_2) = A_{23}$$

Eine *technisch* ideale Maschine hingegen wendet diese nicht nutzbare Arbeit erst gar nicht auf, daher die Forderung  $dV = 0$ .

Wenngleich der ideale Stirlingmotor reversibel ist, sind die Kreisprozesse realer Wärmekraftmaschinen – unabhängig von der Bauweise – stets irreversibel. Eine technische Konstruktion lässt keine physikalisch ideal verlaufenden Arbeitstakte zu, d.h. die Takte sind nur in grober Näherung isotherm und adiabatisch. Das liegt daran, dass es immer Wärme- und Reibungsverluste gibt, die eine Umkehrung des Kreisprozesses unmöglich machen.

Der Stirlingmotor liefert uns schon genügend Hinweise, wo überall Leistung verloren gehen kann –

bei anderen Wärmekraftmaschinen ist die Argumentation ähnlich, wobei die Zahl der Energiesenken mit der Komplexität der Konstruktion zunimmt. Schauen wir uns die wichtigsten „Knackpunkte“ beim Stirlingmotor einmal an.

- Die Kolbendichtungen sollen das Gas dicht abschließen, aber gleichzeitig möglichst reibungsarm laufen. Da der Motor ohne Dichtung gar nicht läuft, muss man eine gewisse Reibungswärme in Kauf nehmen, die zusätzlich mit der Kühlung abgeführt werden muss. Die Dichtungsreibung ist vor allem bei niedriger Drehzahl deutlich als Motorengeräusch zu hören.
- Ein großer Teil der zur Verfügung stehenden mechanischen Ausgangsleistung geht in den Kugellagern, Gelenken usw. der Mechanik ebenfalls als Reibungswärme verloren.
- Da eine vollständige thermische Isolierung unmöglich ist, geht immer etwas Wärme durch Wärmeleitung in den Bauteilen des Motors oder durch Wärmestrahlung verloren, d.h. das System ist physikalisch nicht abgeschlossen. Bei einem elektrisch beheizten Gerät wie unserem Experimentiermotor geht sogar Wärme durch die elektrischen Zuleitungen verloren. Gute elektrische Leiter sind auch gute Wärmeleiter!
- Die beiden isentropen Carnot-Teilprozesse 2 und 4 sind aufgrund der thermischen Verluste nicht realisierbar, d.h. es gibt immer eine Entropiezunahme,  $\oint_{\text{real}} dS > 0$ . Die oben diskutierte Annahme, dass diese Prozesse wie beim idealen Motor isochor ablaufen, ist aber auch nur näherungsweise erfüllt, da durch die kontinuierliche Bewegung der Mechanik immer ein sinusartiger Verlauf des Arbeitskolbens zustande kommt.
- Ähnlich ist es bei den isothermen Carnot-Teilprozessen 1 und 3, die aufgrund der angesprochenen thermischen Verluste und stets vorhandener Temperaturgradienten im Gas (auf welchen Wegen verläuft die Energieübertragung auf das Gas?) nicht ermöglicht werden können. Eine exakt isotherme Kompensation der zu- bzw. abgeführten Wärme wäre Zufall.
- Während bei den beiden Kompressionschritten 3 und 4 des Carnot-Prozesses theoretisch  $\Delta Q < 0$  bzw.  $\Delta Q = 0$  gilt, wird beim realen Motor ein Teil des Gases weiter aufgewärmt (sofern die Heizkonstruktion wie in unserem Fall kontinuierlich arbeitet). Im Idealfall würde die Wärmezufuhr nach der Expansion instantan abgestellt. Analog verhält es sich mit der kontinuierlichen Kühlung während der beiden Expansionsphasen 1 und 2.
- Der Strömungswiderstand des Arbeitsgases am Verdrängerkolben und dem Regeneratormaterial ist eine weitere Reibungskraft im System.

Der von uns verwendete Stirlingmotor-Nachbau hat ein paar zusätzliche Verlustmerkmale, die auf seiner Glasbauweise beruhen.

- Zusätzlich zur Wärmeleitung durch die Zylinderwände geht ein geringer Teil der Heizleistung durch Wärmestrahlung durch die Glaswände verloren.
- Obwohl Glas ein guter thermischer Isolator ist, ist die eigentlich notwendige Isolierung im warmen Teil des Stirlingmotors schlecht, da die Glaswände des Zylinders so dünn wie möglich gebaut wurden. Die Vorteile dieses Umstands überwiegen jedoch: Die Wärmeleitung im gekühlten Teil des Kolbens wird verbessert und das Risiko eines Glasbruchs durch einen zu großen Temperaturgradienten im Glas wird reduziert.

Wenn man die Mechanik (Lagerreibung, Abdichtung) eines Stirlingmotors so weit wie möglich verbessert hat, geht es um die Thermodynamik. Gewisse Kniffe wie die Isolierung des oberen Zylinders und der Bau des unteren Teils aus einem guten Wärmeleiter sind Standard, wenn man mit dem Motor ernste Ambitionen hat. Das Zünglein an der Waage stellt der Regenerator dar, dessen Bauweise den Wirkungsgrad entscheidend beeinflusst. Das Problem ist nur – ein Regenerator lässt sich nicht so optimieren, dass er allen konzeptionellen Anforderungen gleichermaßen entspricht. Man ist

dazu gezwungen, entweder bei allen Eigenschaften Kompromisse einzugehen oder aber einzelne Eigenschaften bestmöglich zu optimieren und auf geringere Vorteile weitgehend zu verzichten. Was muss nun ein guter Regenerator können?

- Der Regenerator muss eine möglichst große Wärmemenge in möglichst kurzer Zeit aufnehmen bzw. wieder abgeben können. Man kann das erreichen, indem man ein möglichst gut Wärme leitendes Material wählt und seine Oberfläche möglichst groß macht. Es bietet sich hier ein eng gewickelter metallischer Draht an.
- Das Material sollte eine möglichst große Wärmekapazität haben, damit die Temperatur des Regenerators nicht zu stark ansteigt. Dadurch werden Energieverluste an den Verdrängerkolben und Schäden durch die thermische Ausdehnung des Regenerators vermieden. Auch hier sind Metalle eine gute Wahl.
- Der Regenerator sollte dem Gas einen möglichst geringen Strömungswiderstand entgegen setzen. Am besten wäre hierfür ein möglichst poröses Material mit großen Hohlräumen oder freien Querschnitten. Der Strömungswiderstand hat einen ähnlichen Effekt wie eine mechanische Reibung.<sup>2</sup>
- Die Menge des Arbeitsgases, die in den Umkehrpunkten des Verdrängers im Regenerator verbleibt (Totvolumen), sollte möglichst klein sein, damit so viel Gas wie möglich für die Erwärmungs- und Kühlprozesse zur Verfügung steht. Man braucht hierfür also einen möglichst kleinen Regenerator mit wenigen Hohlräumen.
- Der Regenerator sollte zudem so gebaut sein, dass Verschmutzungen (Abriebpartikel) sich nicht darin verfangen können. Dafür werden Strömungskanäle mit möglichst großen freien Querschnitten benötigt.

Ein optimaler Regenerator kann vor allem den widersprüchlichen Anforderungen an die Struktur der Hohlräume nicht gleichzeitig gerecht werden. Auch über das goldene Mittelmaß zwischen kleinem Totvolumen und großer effektiver Oberfläche lässt sich trefflich streiten. In der Praxis wurden die besten Kompromisse mit Drahtwolle oder -gewebe erzielt, mit typischen Drahtdurchmessern im Mikrometerbereich. Als Materialien empfehlen sich die bekannten guten Wärmeleiter wie Kupfer, Silber oder Gold.

### *Wie effizient arbeitet ein Stirlingmotor?*

Die Kreisprozesse nach Carnot und Stirling lassen sich nicht 1:1 vergleichen. Das wird mit einem **Positionsdiagramm** des Arbeitskolbenlagers auf dem Schwungrad deutlich (Abbildung 5). Darin wird das Schwungrad in vier Bereiche aufgeteilt, die vom Lager während der vier Takte nacheinander durchfahren werden. Der Carnotprozess hat zwei Kompressions- und zwei Expansionsphasen, die im Positionsdiagramm einer linken bzw. rechten Position des Lagers entsprechen. Die Unterteilung dieser Phasen in einen isothermen und einen adiabatischen Abschnitt ist hier durch zwei weitere 90°-Schnitte verdeutlicht. Der Stirlingmotor besitzt zwei (näherungsweise) isochore Takte und je einen Kompressions- bzw. Expansionstakt. Das Volumen des Arbeitsgases ist nur in einer kleinen Umgebung des oberen bzw. unteren Totpunkts des Arbeitskolbens in guter Näherung konstant. Eine grobe Unterteilung des Schwungrades in vier 90°-Bereiche wie beim Carnot-Prozess ist höchstens bei einer Phasenverschiebung von 45° möglich.

---

2 Es wäre theoretisch möglich, die Temperaturdifferenz zwischen Warm- und Kaltbereich des Stirlingmotors durch den Joule-Thomson-Prozess gezielt zu erhöhen. Dazu müsste der Strömungswiderstand im Regenerator ausreichend hoch sein und man müsste den Motor so konstruieren, dass die sogenannte Inversionskurve des Gases im p-T-Diagramm auf eine günstige Art durch das Zustandsdiagramm des Motors verläuft. Es ist aber fraglich, ob dieser positive Einfluss auf den Wirkungsgrad den negativen Einfluss der zusätzlichen Reibung übertrifft.

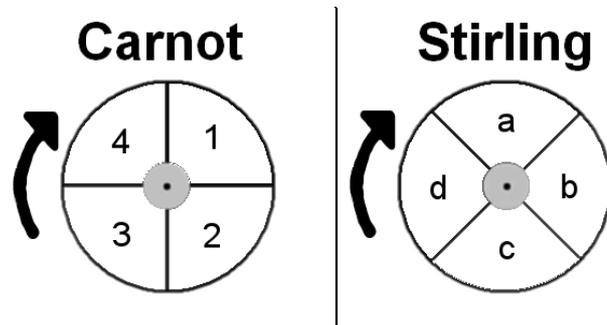


Abbildung 5: Positionendiagramm für den Carnot- und den Stirling-Prozess. Das Lager des Arbeitskolbens durchläuft in jedem Zyklus die vier nummerierten Bereiche in Pfeilrichtung. Die Nummern bzw. Buchstaben entsprechen den auf Seite 5 bzw. 7 beschriebenen Teilprozessen.

Unabhängig von den Konstruktionsdetails hat man jedoch immer eine Möglichkeit, Maschinen anhand ihrer Leistungsfähigkeit über den Wirkungsgrad zu vergleichen. Seine Definition ist so universell, dass man ihn für Energieumwandlungsprozesse im weitesten Sinne (z.B. Elektromotoren, LEDs, Glühwürmchen, Kraftwerke ...) verwenden kann. Um den Carnot-Wirkungsgrad einer thermodynamischen Maschine zu bestimmen, genügt die Kenntnis der Temperatur der Wärmequelle und der Umgebung bzw. des Kühlwassers. Bei realen Maschinen ist man auf Messungen der Ein- und Ausgangsleistung angewiesen. Dies kann man auf besonders elegante Art und Weise tun, wenn man das Arbeitsdiagramm der Maschine kennt.

Das Arbeitsdiagramm trägt seinen Namen nämlich zu Recht: Die dem Kreisprozess entsprechende geschlossene Kurve im p-V-Diagramm umschließt eine Fläche, deren Flächeninhalt mit der von der Maschine pro Zyklus abgegebenen Arbeit identisch ist. Tatsächlich hat eine Fläche im Arbeitsdiagramm die Einheit einer Energie, egal, ob es sich um ein p-V- oder ein S-T-Diagramm handelt. Nach dem ersten Hauptsatz ist das Differential der mechanischen Arbeit  $dA = -p dV$ , daher ist das S-T-Diagramm zur Messung der Arbeit ungeeignet. Glück für uns, denn eine direkte Messung der Entropie ist auch gar nicht möglich. Mit der selben Nomenklatur wie zuvor gilt also

$$-A = \oint_{1-2-3-4-1} p dV.$$

Daraus folgt z.B. für den Carnot-Prozess eines idealen Gases:

$$-A = N k_B \ln \frac{V_2}{V_1} (T_1 - T_2).$$

Spielt sich ein irreversibler Prozess zwischen den selben Temperaturen ab, so muss im Umkehrschluss dessen Fläche im Arbeitsdiagramm kleiner als die des entsprechenden reversiblen Carnot-Prozesses sein. Genauer gesagt, einem gegenüber dem Carnot-Prozess geringeren Wirkungsgrad entspricht im p-V-Diagramm aufgrund der kleineren Arbeitsausbeute eine geringere, dem Carnot-Diagramm einbeschriebene Fläche. Das ist aber noch nicht alles, was man über das zu erwartende p-V-Diagramm sagen kann.

Das reale Arbeitsdiagramm des Stirlingmotors lässt sich relativ gut anhand einfacher Überlegungen vorhersagen. Wir nehmen an, dass der Verlauf des Volumens näherungsweise sinusförmig ist. Abweichungen von dieser Annahme entstehen vor allem durch Reibung und durch ein nicht ideales Arbeitsgas; elastische Verformungen der Motorbauteile sind denkbar, aber unwahrscheinlich. Konventionshalber sei das Volumen zur Zeit  $t=0$  im Minimum. Das genügt völlig, um den prinzipiellen Verlauf des p-V-Diagramms zu erklären. Setzen wir also unseren Ansatz für das Volumen in die thermische Zustandsgleichung des idealen klassischen Gases ein:

$$p_{rel}(t) = \frac{k_B N T}{V_0 - \hat{V} \cos(\omega t)} - p_0.$$

Hierbei wurde berücksichtigt, dass der gemessene Druck lediglich ein Relativdruck  $p_{rel}$  bezogen auf

den Luftdruck  $p_0$  im Labor ist – der Gesamtdruck, für den die thermische Zustandsgleichung gilt, ist  $p(t) = p_0 + p_{rel}(t)$ . Die Temperatur muss auch periodisch schwanken, und zwar entsprechend der Bewegung des Verdrängerkolbens. Auch hier bietet sich näherungsweise ein Sinus an: Ist der Verdränger im oberen Totpunkt, sollte die Durchschnittstemperatur des Gases minimal sein und umgekehrt. Berücksichtigt man die Phasendifferenz zwischen Arbeits- und Verdrängerkolben, erhält man:

$$p_{rel}(t) = k_B N \frac{T_0 + \hat{T} \sin(\omega t)}{V_0 - \hat{V} \cos(\omega t)} - p_0.$$

Das p-V-Diagramm dieses Modells lässt sich mit einer Office-Tabelle plotten, siehe Abbildung 6.

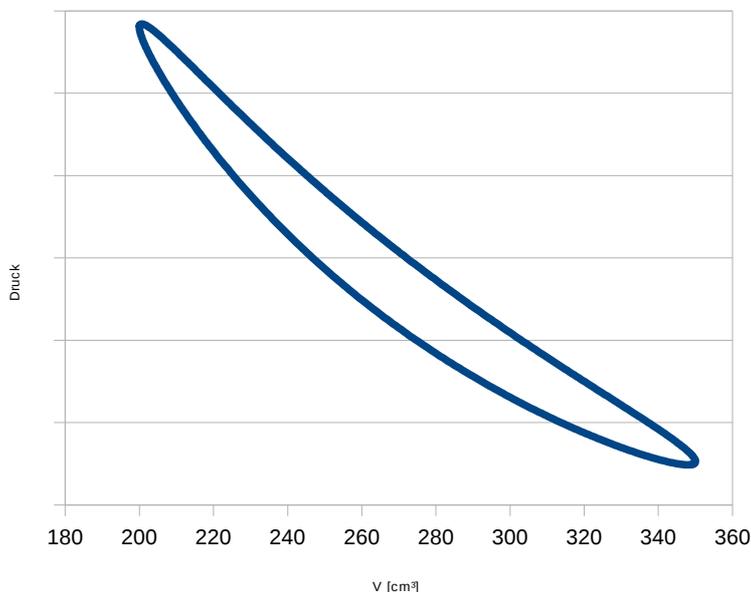


Abbildung 6: Theoretische Vorhersage für das p-V-Diagramm des realen Stirlingmotors. Verwendete Parameter:  $T_0 = 492 \text{ K}$ ,  $\hat{T} = 25 \text{ K}$ ,  $V_0 = 275 \text{ cm}^3$ ,  $\hat{V} = 75 \text{ cm}^3$ . (Volumina gemäß technischer Angaben des Herstellers)

Es bleibt abschließend noch zu klären, welcher Wirkungsgrad für unseren Stirlingmotor zu erwarten ist. Im Planungsstadium dieses Versuchs wurde die Betriebstemperatur der Heizwendel für verschiedene Eingangsleistungen gemessen. Bei niedriger Eingangsleistung (8 V Spannung an der Heizwendel) wurden  $117 \text{ }^\circ\text{C}$  gemessen, bei der maximalen Quellspannung von 15,4 V erreichte die Wendeltemperatur  $613 \text{ }^\circ\text{C}$ . Geht man von einer Kühlwassertemperatur von  $24 \text{ }^\circ\text{C}$  im ersten und  $30 \text{ }^\circ\text{C}$  im zweiten Fall aus, sollte der Carnot-Wirkungsgrad des Motors also zwischen 24 % und 66 % liegen.

Bei einem **realen Motor** ist der Energietransport an vielen Stellen mit Verlusten verbunden. Für jeden verlustbehafteten Übertragungsvorgang  $i$  kann man **Teilwirkungsgrade**  $\eta_i$  definieren, wenn man die Verluste des Motors näher untersuchen will. Der **Gesamtwirkungsgrad** des Motors setzt sich dann gemäß  $\eta_{ges} = \prod_i \eta_i$  aus den Teilwirkungsgraden zusammen. Für unsere Zwecke (wir wollen die Verluste, abgesehen von der Reibung, nicht näher spezifizieren) genügen die drei in Abbildung 7 veranschaulichten Teilwirkungsgrade:  $\eta_Q$  für die Übertragung der Wärme von der Quelle auf das Gas,  $\eta_G$  zur Berücksichtigung der Wärme, die vom Gas aufgenommen, aber vor der Umwandlung in Arbeit verloren geht, und  $\eta_A$ , weil das Gas Arbeit gegen die innere Reibung und (beim belasteten Motor) gegen die Nutzlast verrichtet. In diesem Versuchsaufbau ist der Energiefluss von der Heizwendel auf das Arbeitsgas keiner direkten Messung zugänglich, aber eine Bestimmung von  $\eta_Q \eta_G$  (Aufgabe II),  $\eta_A$  und  $\eta = \eta_Q \eta_G \eta_A$  (Aufgabe III) ist möglich.

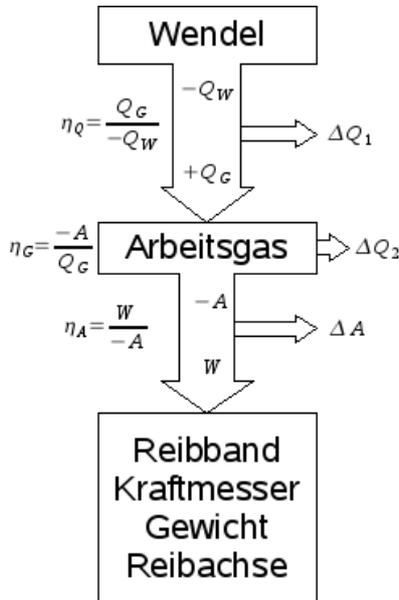


Abbildung 7: Energiebilanz eines realen Motors

Schätzen Sie einmal ab, wie stark Reibung und Wärmeverluste die tatsächliche mechanisch nutzbare Leistung beeinflussen, und gewinnen Sie so eine Vorhersage für den mechanischen Wirkungsgrad des Stirlingmotors nach der Faustformel  $\eta_{real} = \eta_C (1 - \text{Verluste})$ .

Für manche Anwendungen hat der Stirlingmotor einen entscheidenden Vorteil: Er kann mit einem akzeptablen Wirkungsgrad umgekehrt als Kraftwärmemaschine betrieben werden. Im Klartext heißt das, dass man z.B. mit einem Elektromotor Arbeit in den Stirlingmotor hineinsteckt und dieser dann Wärme von A nach B transportiert. Der Clou liegt hier in der Drehrichtung: Wenn man das Schwungrad in der selben Richtung dreht, wie es sich im Betrieb als Wärmekraftmaschine bewegt, kühlt die Stirlingmaschine das obere Reservoir genau wie im Betrieb als Motor, und man hat eine Kältemaschine. Dreht man das Rad in die andere Richtung, wird der Motor zur Wärmepumpe, die das „Kühlwasser“ kühlt und die „Heizwendel“ erwärmt. Achten Sie auf die Feinheiten: Der Stirlingmotor ist selbstverständlich umkehrbar, aber keinesfalls reversibel.

Aufgrund der Irreversibilität infolge der oben angesprochenen Reibungsverluste ist in beiden Fällen ein kleinerer Wirkungsgrad als im Motorbetrieb zu erwarten.

### Altes Motorkonzept – innovative Zukunft?

Der Einsatz von Stirlingmotoren bietet sich vor allem überall dort an, wo Wärme ungenutzt verloren geht (hier ist seine Unabhängigkeit von der Art der Wärmequelle von Vorteil) und in Fällen, wo die Umkehrbarkeit der Stirlingmotors für einen Wärmetransport genutzt werden kann. Die folgenden Beispiele erheben keinen Anspruch auf Vollständigkeit.

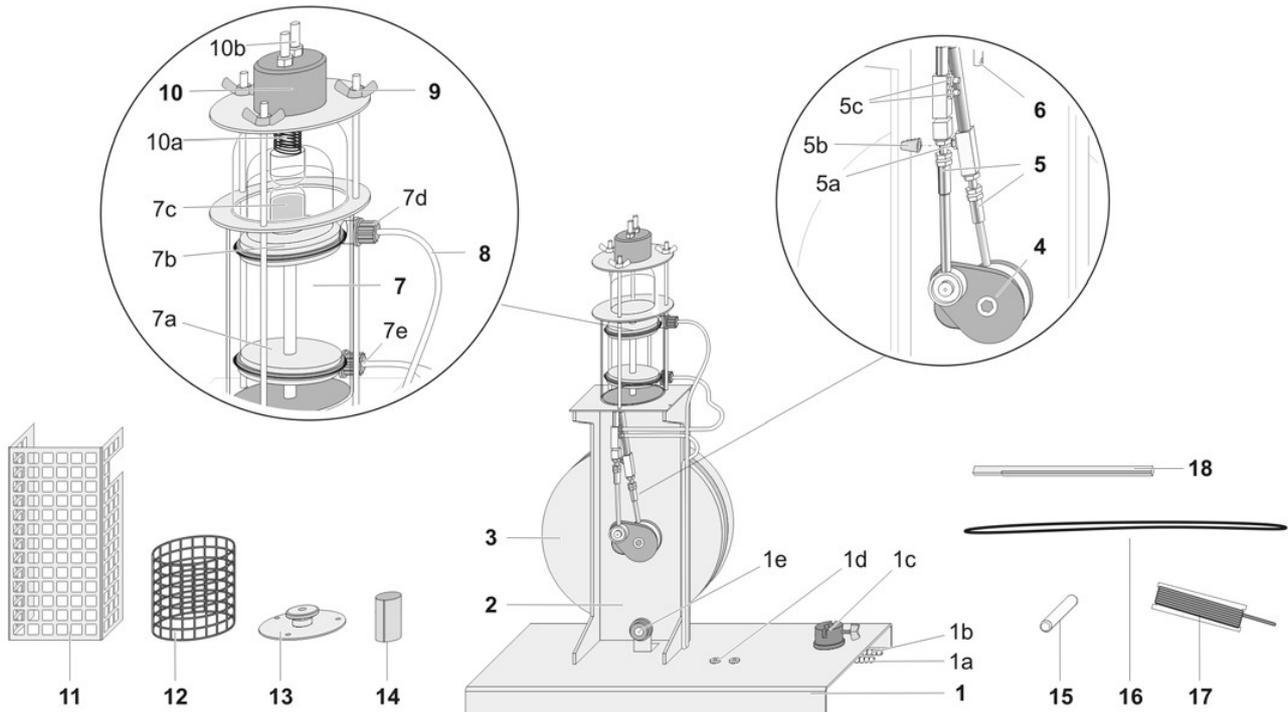
- Kraft-Wärme-Kopplung: Wo z.B. ein Gasbrenner für warmes Wasser sorgt, könnte die Abwärme über einen Stirlingmotor einen Generator antreiben. Damit könnte man den Energieverbrauch eines Hauses deutlich senken und (falls gesetzlich erlaubt) sogar selbst Strom ins Netz speisen. Bei einem flächendeckenden Einsatz dieser Technik würde die Stromversorgung zum Teil dezentralisiert und die Kraftwerke könnten weitgehend unabhängig von der Spitzenlast laufen.
- Stirling-Wärmepumpe: Von einem Elektromotor angetrieben, könnte ein guter Stirlingmotor im Winter eine Wohnung heizen und sie im Sommer kühlen.
- Solarthermische Kraftwerke: Ein Parabolspiegel fokussiert das Sonnenlicht auf einen Stirlingmotor, der wiederum einen Generator antreibt. Ein Stellwerk garantiert, dass die Sonne immer auf der Zentralachse des Spiegels liegt.
- Kleinstkühler für Kryo-Temperaturen ( $-100^\circ\text{C}$  bis  $-200^\circ\text{C}$ ).

## Sicherheitshinweise

1. Um das Verletzungsrisiko zu minimieren, sollten Sie den Motor generell nur dann berühren, wenn dies unbedingt erforderlich ist.
  - Das **Schwungrad** darf (außer beim Start) niemals mit der Hand bewegt werden, da die Finger zwischen dem Rad und dem Fuß eingeklemmt werden können.
  - Der obere Bereich des Zylinders und der **Zylinderkopfdeckel** dürfen nur dann berührt werden, wenn sie ausreichend abgekühlt sind. Bitte stets das **Schutzgitter** (12) verwenden, Verbrennungsgefahr!
  - Betreiben Sie den Motor niemals mit eingesteckter **Handkurbel**.
  - Wenn Sie **lange Haare** haben, halten Sie bitte einen Mindestabstand von 50 cm zu allen drehbaren Teilen ein. Lassen Sie den Motor in Aufgabe 3 von einem anderen Gruppenmitglied oder vom Betreuer ankurbeln.
  - Stellen Sie **keine Glasflaschen** auf dem Experimentiertisch ab. Bei Drehzahlen oberhalb von 6 Hz beginnt der Tisch zu vibrieren, sodass eine Glasflasche unbemerkt auf den Boden fallen könnte.
2. Der Motor kann bei unsachgemäßem Gebrauch auf verschiedene Weise beschädigt werden. Um Ihnen und uns Kosten und Ärger zu ersparen, beachten Sie bitte:
  - Heißluftmotor nicht bei ausgeschalteter **Wasserpumpe** betreiben und einwandfreien Kühlwasserumlauf überprüfen.
  - Schalten Sie bei einem Stillstand das Netzteil für die **Heizwendel** sofort aus.
  - Bei laufendem Motor dürfen Kurbelwelle und **Gestänge** nicht blockiert werden. Das **Schutzgitter** (11) nicht entfernen!
  - Die **Wegaufnehmerschnur** muss immer straff gespannt sein. Sollte sich die Schnur dennoch einmal in der Kurbelwelle verfangen, den Motor sofort anhalten und den Betreuer rufen.
  - Den Motor **nicht unbeaufsichtigt** laufen lassen.
3. Die Verwendung des Reagenzglases in Versuchsteil I stellt ein besonderes Sicherheitsrisiko dar. Bitte beachten Sie unbedingt:
  - Vermeiden Sie direkte **Berührungen** des Glases.
  - Lassen Sie den **Zylinderkopfwechsel** ausschließlich vom Betreuer vornehmen.
  - Wenn das Glas **Bruchstellen** zeigt oder beschädigt ist, halten Sie den Motor sofort an und rufen Sie den Betreuer.
  - Das Glas darf sich während des Versuchs nicht bewegen. Falls Sie bemerken, dass das Glas beim Verdichten (1 bar Überdruck!) **nach oben gedrückt** wird, ist der Versuch zu unterbrechen und der Betreuer zu rufen. Beugen Sie sich niemals mit dem Gesicht über den Motor!

Bitte zögern Sie nicht, den Versuchsbetreuer zu rufen, sobald Ihnen irgend etwas merkwürdig vorkommt.

## Aufbau des Motors und Zubehör



(1) **Fuß.**

(1a) Kühlwasserablauf , (1b) Kühlwasserzulauf, (1c) (hier nicht vorhanden), (1d) Bohrlöcher zur Befestigung des Wegaufnehmers, (1e) Umlenkrolle

(2) **Träger**

(3) **Schwungscheibe**

(4) **Kurbelwelle**

(5) **Kolbenstangen**

(5a) Schlauchwelle für Drucksensor, (5b) Anschluss für Druckmessungen, (5c) Schlauchwellen für Kühlwasser

(6) **Stift mit Öse, mit Arbeitskolben verbunden**

(7) **Zylinder**

(7a) Arbeitskolben, (7b) Verdrängerkolben, (7c) Kupferwolle, (7d) Kühlwasserablauf, (7e) Kühlwasserzulauf

(8) **Kühlwasserschlauch**

(9) **Gewindestangen, mit Flügelmuttern**

(10) **Zylinderkopf-Deckel**

(10a) Heizwendel, (10b) Anschlussbuchsen

(11) **Schutzgitter des Trägers**

(12) **Schutzgitter des Zylinders**

(13) **Zylinderkopf-Deckel mit Schraubdichtung**

(14) **Schutzrohr, für Heizwendel (10a)**

(15) **Handgriff**

(16) (hier nicht benötigt)

(17) **Angelschnur**

(18) (hier nicht benötigt)

## Durchführung

Fahren Sie den PC hoch und schalten Sie die Steckdosenleiste für die Versuchsgeräte ein. Damit Sie sich nicht erst in CASSY Lab einarbeiten müssen, befindet sich auf dem Desktop eine leere Messdatei namens „Messung.lab“, in der alles bereits richtig eingestellt ist. Wenn Sie diese öffnen, zeigt Ihnen CASSY Lab drei Register mit leeren Diagrammen: „Standard“ für den zeitlichen Verlauf der Messgrößen Druck und Spannung, „Frequenzspektrum“ zur Bestimmung der Drehzahl und „pV-Diagramm“, in dem Druck und Spannung gegeneinander aufgetragen sind. Die Diagramme füllen sich, sobald eine neue Messung mit F9 oder einem Klick auf die Stoppuhr gestartet wurde. **Vergessen Sie nicht, nach einer erfolgreichen Messung abzuspeichern.** Klicken Sie hierzu auf den Knopf mit der Diskette. Als Speicherort legen Sie bitte im Ordner „Messungen“ auf dem Desktop einen neuen Ordner mit dem Namen Ihrer Gruppe an. Speichern Sie die Daten im Format „.lab“ ab, sonst können Sie die pV-Diagramme später nicht ausdrucken.

Abbildung 8 zeigt die an den Motor angeschlossenen Messinstrumente sowie die Stromversorgung der Wärmequelle. Der von uns verwendete Aufbau unterscheidet sich vom skizzierten in einigen Konstruktionsdetails. Die Wärmequelle (Glühwendel) wird von einem stabilisierten Netzgerät mit einer maximalen Ausgangsspannung von 15,4 V betrieben. Ein Schlauch verbindet den Anschluss (5b) mit dem CASSY-Modul (c) für die Druckmessung. Das Volumen wird mit Hilfe eines Drehpotentiometers (b) gemessen: An diesem befindet sich ein mit einer Angelschnur umwickeltes Lauf rad. Die Angelschnur ist mit einem Ende an der Öse (6), mit dem anderen an der Feder (a) festgeknotet. Wenn sich der Motor bewegt, zieht der Arbeitskolben an der Feder und das Potentiometer dreht sich mit. Wegen des linearen Zusammenhangs zwischen der Höhe des Arbeitskolbens, der Position des Laufrades und der Spannung am Potentiometerausgang ist die gemessene Spannung proportional zum Volumen des Arbeitsgases.

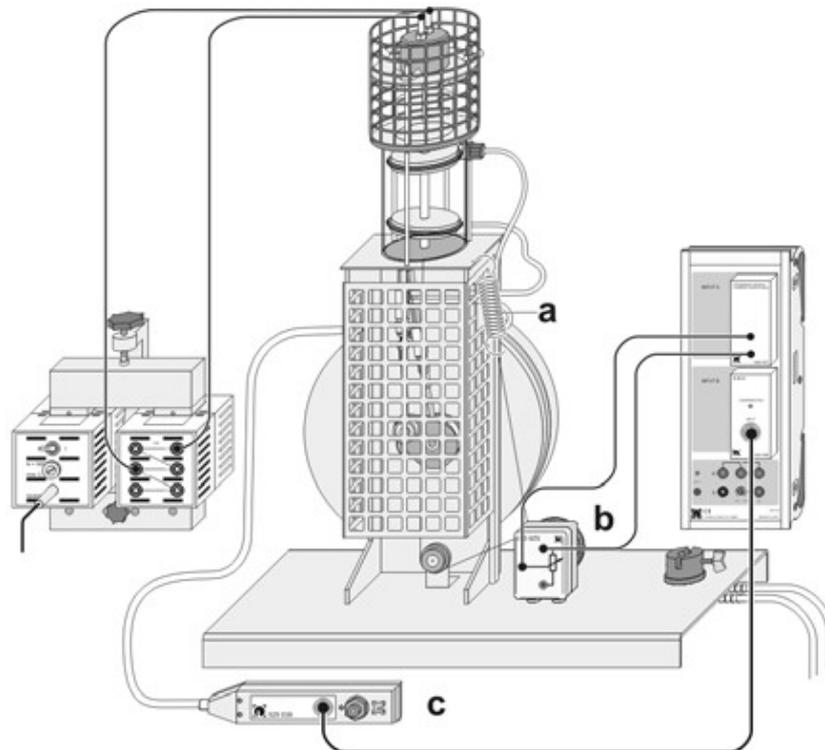


Abbildung 8: Prinzipieller Versuchsaufbau. a: Feder mit Angelschnur, b: Drehpotentiometer, c: Druckmodul

Vor dem Start des Motors schalten Sie bitte **zuerst die Umwälzpumpe für das Kühlwasser ein**. Lassen Sie das Filament mindestens 10 Sekunden bei 12 V vorwärmen. Drehen Sie dann das Schwungrad im Uhrzeigersinn, um den Motor zu starten.

## I. Handbetrieb als Kältemaschine

Bevor es mit dieser Messung losgeht, muss der Zylinderkopfdeckel vom Versuchsbetreuer ausgetauscht werden. Im neuen Deckel befindet sich ein Reagenzglas mit etwas Wasser und einem Thermometer. Der Heißluftmotor kann nun durch Drehen der Schwungradscheibe mit dem Handgriff (15) im Uhrzeigersinn als Kältemaschine und gegen den Uhrzeigersinn als Wärmepumpe betrieben werden.



### Aufgabe:

Kühlen Sie das Wasser auf  $-10\text{ °C}$  ab und messen Sie dabei ab etwa  $20\text{ °C}$  mit einer Stoppuhr, die Sie vom Versuchsbetreuer ausgehändigt bekommen, die Zeit. Notieren Sie (handschriftlich!) für jedes volle Grad Celsius auf dem Thermometer die angezeigte Zeit. Ihre Messtabelle sollte also etwa so aussehen:

T [°C]	t [min:s]
20	00:37
19	00:47
18	00:58
...	...

Damit Versuch und Messung auch gut funktionieren (Sonst sind 15 Minuten Handkurbeln umsonst), sind hier ein paar Tipps für Sie zusammengestellt:

- Kurbeln Sie gleichmäßig, mit einer Frequenz zwischen 1 und 2 Umdrehungen pro Sekunde.
- **Protokollieren Sie möglichst den gesamten Verlauf der Messkurve**, auch wenn etwas Unerwartetes passieren sollte. Sollte z.B. die gemessene Temperatur sich einmal schneller ändern, als Sie es kommunizieren können: Bewahren Sie die Ruhe, kurbeln Sie einfach weiter und fahren Sie mit Ihrer Messung fort, sobald eine Zeitnahme wieder problemlos möglich ist.
- Seien Sie bereit, sich schnell abzuwechseln, wenn die / der Kurbelnde ermüdet, um die Messung nicht zu sehr zu verfälschen.
- **Optional:** Lassen Sie vom auf dem Messrechner installierten Office-Programm ein Diagramm der beobachteten Temperaturkurve zeichnen. Geben Sie die Zeitwerte im Format „h:m:s“ ein, z.B. sind 14 Sekunden 0:0:14 oder 3 Minuten und 7 Sekunden sind 0:3:7.

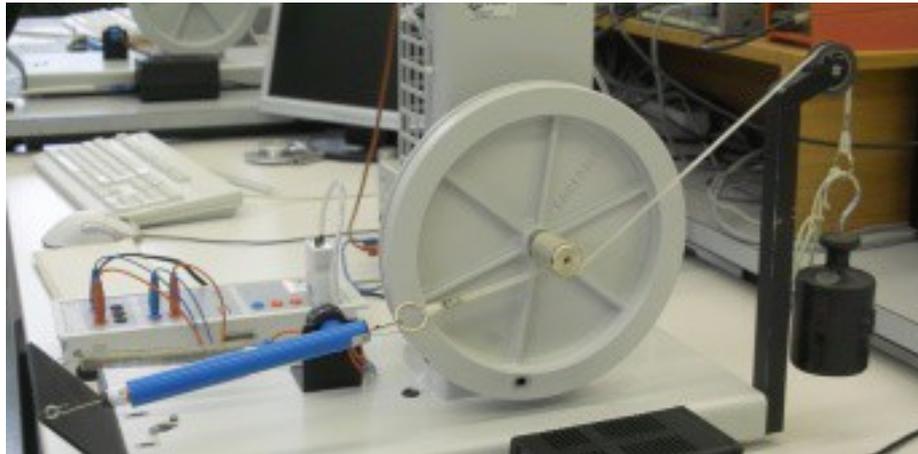
## II. FT-Drehzahlmessung und pV-Diagramm im Leerlauf

- Rufen Sie den Versuchsbetreuer an, damit dieser die nächste Messung vorbereitet.
- Starten Sie den Motor wie oben erklärt. Regeln Sie nach ein paar Augenblicken, wenn die Drehzahl allmählich zunimmt, die Heizspannung langsam auf 8 V herunter.
- Warten Sie ein paar Minuten, bis sich die Drehzahl des Motors nicht mehr ändert. Das können Sie empfindlich anhand des Frequenzspektrums überprüfen, indem Sie etwa jede Minute eine neue Messung starten. Die Skalierung der Achsen kann man (in allen Diagrammen) mit einem Rechtsklick auf die gewünschte Achse verändern.
- Speichern Sie die letzte Messung in Ihrem Messordner und notieren Sie sich den Wert des Heizstroms vom Display des Netzgeräts.
- Lesen Sie, bevor Sie die nächste Messung starten, auch das Kühlwasserthermometer ab.

- Wiederholen Sie die Messung bei einer Heizspannung von 9 V, 10 V usw. bis 15 V.
- Regeln Sie die Heizung nach der letzten Messung auf 12 V herunter.

Bitte beachten Sie: Für eine optimale Empfindlichkeit der Volumenmessung ist der Messbereich der Potentiometerspannung auf 0 bis 3 V eingestellt. Es kann während der Messungen vorkommen, dass die Spannungsamplitude etwas driftet. Falls die Spannung einmal den Messbereich verlassen sollte, schalten Sie den Motor kurz aus, drehen Sie das Potentiometerrad etwas zurück, bis eine Spannung von etwa 1,5 V angezeigt wird, und fahren Sie mit den Messungen fort.

### III. Mechanischer Wirkungsgrad und Reibungsverluste



Das Gewicht wird am laufenden Motor eingehängt:

- Nehmen Sie den Kraftmesser am oberen Haken auf und stellen Sie die Schiebehülse auf null.
- Befestigen Sie das Kunststoff-Reibband am oberen Haken des Kraftmessers.
- Hängen Sie den Kraftmesser mit dem unteren Haken in die vorgesehene Öse auf der schrägen Platte ein.
- Wickeln Sie das Reibband einmal *gegen den Uhrzeigersinn* um die Schwungradachse. Legen Sie es dann auf die Umlenkrolle und halten Sie das untere Ende fest.
- Hängen Sie nun das 2 kg-Gewicht ein. Falls der Motor durch die plötzliche Belastung ausgeht, starten Sie ihn neu und erhöhen Sie die Belastung allmählich, indem Sie das Gewicht beim Einhängen festhalten.
- Warten Sie ab, bis der Motor stabil läuft. Regeln Sie anschließend die Spannung langsam auf 10 V herunter und warten Sie, bis die Drehzahl konstant ist. Speichern Sie die letzte Messung und notieren Sie sich die vom Kraftmesser angezeigte Kraftdifferenz (mit einem ausreichend großen Messfehler) sowie den Heizstrom.
- Wiederholen Sie die Messung unter Erhöhung der Heizspannung in Schritten von 1 V wie in Aufgabe II.

# Auswertung

## pV-Flächenbestimmung (In der Uni)

In der Auswertung der Aufgaben II und III soll der Wirkungsgrad des Motors näher untersucht werden. Dazu muss man die Flächen der aufgenommenen pV-Diagramme bestimmen und in Arbeit umrechnen. Eine geeignete Methode zur Flächenbestimmung ist, die Diagramme auszudrucken, auszuschneiden und abzuwiegen. Dieses Verfahren erscheint im Computerzeitalter etwas althergebracht (so hat man früher Integrale „vermessen“), ist aber einfach, genau und zuverlässig. Gehen Sie folgendermaßen vor:

- Öffnen Sie noch einmal alle von Ihnen gespeicherten CASSY-Messdateien und drucken Sie sie aus (In CASSY Lab den Knopf mit dem Drucker anklicken, „Diagramm drucken“ wählen). Die Ausdrücke können Sie im Raum 111 abholen.
- Bevor Sie anfangen die Diagramme auszuschneiden, müssen Sie die Ausdrücke kalibrieren, d.h. nachmessen, welche Länge einem bestimmten Druck bzw. einer bestimmten Spannung entspricht. Beispiel: 9 cm auf dem Papier entsprechen einem Druck von 1000 hPa und 16 cm einer Spannung von 1 V. Diese Werte variieren in der Regel von Ausdruck zu Ausdruck! Auch hier gibt es je einen Messfehler.
- Schneiden Sie nun die pV-Diagramme aus (am besten entlang der Mitte der schwarzen Linie), beschriften Sie sie und wiegen Sie sie mit der Feinwaage. Messfehler nicht vergessen!

Wichtig: Für die Auswertung müssen Sie die Fläche des gemessenen p-V-Diagramms in die pro Umdrehung geleistete Arbeit umrechnen. Da der Druck schon gegeben ist, muss nur noch die Potentiometerspannung in das entsprechende Volumen umgerechnet werden. Messen Sie dazu am ruhenden Motor die Maximal- und Minimalwerte von Spannung und Kolbenposition inkl. Messfehler.

## Zu Aufgabe I

Stellen Sie die gemessenen Temperaturwerte als Funktion der Zeit dar und suchen Sie nach einer möglichen Erklärung für den beobachteten Verlauf.

## Zu Aufgabe II

- Diskutieren Sie eines Ihrer gemessenen Frequenzspektren:
  - Wie viele Spektrallinien können Sie vom Rauschen unterscheiden? Notieren Sie sich die Frequenzen der Spitzenwerte (engl. *peaks*).
  - Im Idealfall sollte das Spektrum nur eine einzige Linie enthalten. Wie erklären Sie sich das Auftreten der Linien höherer Ordnung?
  - Erklären Sie den Verlauf des Spektrums für  $f \rightarrow 0$ .
  - Berichten Sie über alles, was Ihnen sonst noch auffällt. Sowohl bei den „langsamen“ als auch bei den „schnellen“ Spektren können unerwartete Erscheinungen auftreten.
- Diskutieren Sie die aufgenommenen pV-Diagramme:
  - Modellieren Sie gemäß der Formel in der Einführung ein pV-Diagramm in einer Office-Tabelle (wie in Abb. 6). Plotten Sie im selben Diagramm ein gemessenes pV-Diagramm und versuchen Sie, das Modell durch Variation der drei Parameter  $T_0$ ,  $\hat{T}$  und  $p_0$  so weit wie

möglich an die Messdaten anzugleichen. Die Modellparameter des Arbeitsgases sind die Volumina  $V_0 = 275 \text{ cm}^3$  und  $\hat{V} = 75 \text{ cm}^3$ , der Wert von  $N k_B$  lässt sich aus diesen über das Molvolumen des idealen Gases berechnen.

Was sind mögliche Ursachen für die Unterschiede zum realen Diagramm? Halten Sie die gefundenen Modellparameter für realistisch?

- Vergleichen Sie die gemessenen pV-Diagramme untereinander.

- Bestimmen Sie für jede Messung den Leerlaufwirkungsgrad  $\eta_Q \eta_G$  (vgl. Abb. 7) des Motors:

- $\eta_Q \eta_G$  hängt von einer Vielzahl von Messgrößen ab. Den genauen Zusammenhang beschreibt die folgende Formel:

$$\eta_Q \eta_G = \frac{\pi}{4} \frac{p_K U_K}{U_H} \frac{d_Z^2}{\bar{\rho}_{Fl.}} \frac{m_{pV} f \hat{h}}{l_K b_K \hat{U} I_H}$$

Leiten Sie zunächst diese Formel her. Erläuterung der Symbole:

Symbol	Bedeutung	Bemerkungen
$p_K$	Kalibrationsdruck	Diese Größe hat keinen Fehler, siehe oben
$U_K$	Kalibrationsspannung	Diese Größe hat auch keinen Fehler
$U_H$	Heizspannung	Vorgabe, wird als fehlerfrei angenommen
$d_Z$	Zylinderdurchmesser	$d_Z = (60 \pm 2) \text{ mm}$
$\bar{\rho}_{Fl.}$	Mittlere Flächendichte des Papiers	$\bar{\rho}_{Fl.} = (82 \pm 1) \text{ g/m}^2$
$m_{pV}$	Gewicht des ausgedruckten pV-Diagramms	Wegen Ungenauigkeit beim Zuschneiden der pV-Diagramme → relativer Fehler $\Delta m_{pV} / m_{pV} = 5\%$ oder – falls größer – Ablesefehler der Waagskala von $\Delta m_{pV} = 5 \text{ mg}$ .
$f$	Drehzahl	Aus dem Frequenzspektrum abgelesen
$\hat{h}$	Hub des Arbeitskolbens	Von Ihnen gemessene Arbeitskolben-Höhendifferenz
$l_K$	Kalibrations-Länge	Von Ihnen gemessene Länge, die $U_K$ entspricht
$b_K$	Kalibrations-Breite	Von Ihnen gemessene Breite, die $p_K$ entspricht
$\hat{U}$	Spannungsamplitude	Die $\hat{h}$ entsprechende Spannungsdifferenz
$I_H$	Heizstrom	Wird als Fehlerquelle für die Heizleistung betrachtet. Ein angezeigter Wert von z.B. 9,1 A bedeutet, dass bei höherer Genauigkeit Werte zwischen 9,05 A und 9,14 A angezeigt würden. Nehmen Sie daher $\Delta I_H = 0,05 \text{ A}$ an.

- Berechnen Sie nun für jede Ihrer Messreihen den Leerlaufwirkungsgrad des Motors. Führen Sie dabei eine vollständige Fehlerrechnung durch. Gemäß obiger Tabelle gehen neun fehlerbehaftete Größen in die Fehlerformel ein.
- Stellen Sie abschließend den Leerlaufwirkungsgrad und die Drehzahl als Funktion der Eingangsleistung in je einem Diagramm dar.

- Vergleichen Sie die Leerlaufwirkungsgrade mit den zu erwartenden Carnot-Wirkungsgraden:

- In einer Messung am laufenden Motor wurden folgende Wendeltemperaturen gemessen:

$U_H [\text{V}]$	8	9	10	11	12
$T [^\circ\text{C}]$	117	138	185	233	345

Verwenden Sie die hier angegebenen Quelltemperaturen und die von Ihnen bei den entsprechenden Messungen notierten Kühlwassertemperaturen, um Ihren Messungen einen Erwartungswert für den Carnot-Wirkungsgrad zuzuordnen.

- Teilen Sie die zuvor bestimmten Wirkungsgrade  $\eta_Q \eta_G$  durch diese Carnot-Wirkungsgrade und diskutieren Sie die erhaltenen Quotienten.

### Zu Aufgabe III

Bestimmen Sie für jede Messung den Arbeits-Teilwirkungsgrad  $\eta_A = \frac{8 F_R r_A \bar{p}_{Fl.} l_K b_K \hat{U}}{p_K U_K d_Z^2 m_{pV} \hat{h}}$  (bitte her-

leiten) aus der Reibkraft  $F_R$  (Differenz aus der Gewichtskraft und dem vom Kraftmesser angezeigten Wert), dem Radius der Reibachse  $r_A = (12,4 \pm 0,1)$  mm und der aus der Fläche  $-A$  des p-V-Diagramms wie in Aufgabe I bestimmten Arbeit pro Zyklus. Führen Sie eine Fehlerrechnung durch und stellen Sie die erhaltenen Werte als Funktion von  $P_H$  dar. Welche Aussagen können Sie anhand der Ihnen vorliegenden Werte über die Reibungsverluste des Motors machen?

Berechnen Sie abschließend die Wirkungsgrade  $\eta_Q \eta_G$  für den belasteten Motor und verwenden Sie diese, um den Gesamtwirkungsgrad  $\eta_Q \eta_G \eta_A$  wieder in einem Diagramm in Abhängigkeit von der Heizleistung darzustellen. Gibt es Hinweise auf ein Wirkungsgradmaximum im durchfahrenen Leistungsbereich?

### **Bildnachweis**

- Abbildung 1: Wikipedia / GNU FDL. Bearbeitung: Matthias Ordu
- Abbildung 3, 4: Leybold Handblätter Physik, Versuch P2.6.1.1. Mit freundlicher Genehmigung der Firma LD Didactic GmbH
- Abbildung 8, Aufbauplan des Motors: LD Gebrauchsanweisung 388 182. Mit freundlicher Genehmigung der Firma LD Didactic GmbH