

# Versuch W6 für Nebenfächler

## Wärmeleitung

I. Physikalisches Institut, Raum 104  
Stand: 27. April 2016



### generelle Bemerkungen

- bitte Versuchspartner angeben
- bitte Versuchsbetreuer angeben
- bitte nur handschriftliche Auswertung

# 1 Einleitung

Dieser Versuch befasst sich mit dem Phänomen der Wärmeleitung. Sie ist eine der drei Möglichkeiten für den Transport von Wärme. Wie Sie aus dem Alltag wissen, leiten verschiedene Materialien Wärme mit sehr unterschiedlicher Qualität. Die physikalische Größe, mit der dies gemessen wird, nennt man Wärmeleitfähigkeit. Je größer ihr Wert ist, umso besser leitet ein Stoff Wärme weiter. So hat zum Beispiel Holz üblicherweise Wärmeleitfähigkeiten von  $\approx 0.14 \frac{\text{W}}{\text{K m}}$ , Metalle hingegen liegen im Bereich um  $\approx 100 \frac{\text{W}}{\text{K m}}$ . Deshalb fühlen sich beispielsweise Holzbänke immer an, als hätten sie ungefähr Körpertemperatur, egal ob man im Winter im Park oder in einer Sauna sitzt. Das Sitzen auf Metall ist unter solch extremen Bedingungen eher nicht zu empfehlen.

## 2 Vorbereitung (zu Hause)

Die folgenden Stichpunkte und theoretischen Überlegungen sollen in Ihrem Heft schriftlich bearbeitet werden. Außerdem sollten Sie in der Lage sein, sie am Versuchstag im Antestat selbstständig wiederzugeben. Weitere Hinweise zum Vorgehen bei den Herleitungen finden Sie in Abschnitt 7. Literaturhinweise gibt es in Abschnitt 8.

1. Machen Sie sich mit folgenden Begriffen und Gesetzmäßigkeiten vertraut:
  - Kalorische Begriffe: Wärme, Wärmeleitfähigkeit, Wärmekapazität, spezifische Wärmekapazität, Wasserwert, Kalorimeter
  - 1. Hauptsatz der Thermodynamik, Bestimmung von Mischungstemperaturen, Wärmetransport, Wärmeleitungsgleichung
  - Maßeinheiten: Joule, Kalorie, Watt, etc.
2. Leiten Sie Gleichung (1) aus Abschnitt 4 für die Berechnung der Wärmekapazität des Kalorimeters her.
3. Leiten Sie Gleichung (4) aus Abschnitt 4 für die Berechnung der Wärmeleitfähigkeit des Stabes her.
4. Fertigen Sie eine Skizze des Versuchsaufbaus an und beschreiben Sie die Durchführung der Messungen. Das Verständnis der Schritte von der Wärmeleitungsgleichung bis zur Messvorschrift ist essentiell.

### 3 Versuchsaufbau und -beschreibung

Wir betrachten zwei thermisch isolierte Wärmespeicher, die durch einen Metallstab verbunden sind, so dass ein Wärmetransport vom heißeren zu kälteren Wärmespeicher stattfindet. Der Wärmestrom, d.h. die pro Zeiteinheit durch den Stab transportierte Wärmemenge hängt von der thermischen Leitfähigkeit des Materials ab, aus dem der Stab besteht. Aufgabe ist es, diese Leitfähigkeit zu messen.

Dazu benutzen wir folgende Anordnung (siehe Abb. 1): Das obere Ende des senkrecht ausgerichteten Stabes ragt in ein Gefäß mit siedendem Wasser. Seine Temperatur  $T_2$  wird mit Hilfe eines Tauchsieder konstant auf etwa  $100\text{ °C}$  gehalten. Das untere Ende ist von Eiswasser umgeben, dessen Temperatur  $T_1$  etwa  $0\text{ °C}$  beträgt. Als Behälter dient hier ein Dewargefäß. Beide Stabenden sind so geformt, dass ein guter Wärmeübergang gewährleistet ist. Aufgrund des Temperaturunterschiedes beider Wärmespeicher entsteht im Stab ein Temperaturgefälle, längs dessen Wärme durch den Stab fließt. Dies führt zu einem Temperaturanstieg des Wassers im Dewargefäß, der dem Wärmestrom und damit der thermischen Leitfähigkeit des Stabmaterials proportional ist.

Der Temperaturverlauf im Stab wird mit Hilfe von sechs Thermoelementen gemessen, denen die Eiswassermischung im unteren Behälter als gemeinsame Referenz dient. Die Thermospannung ist der Temperaturdifferenz zwischen beiden Enden des Thermoelements proportional.

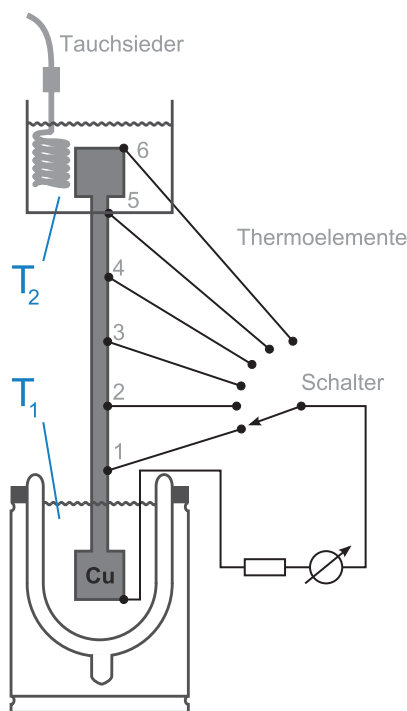


Abbildung 1: Skizze des Versuchsaufbaus.

## 4 Benötigte Formeln

Der Wasserwert  $K$  des verwendeten Kalorimeters ergibt sich aus der spezifischen Wärmekapazität von Wasser  $c_W$ , den Massen von kaltem und warmem Wasser  $m_1$  und  $m_2$  sowie den Temperaturen von kaltem und warmem Wasser und der Mischung  $T_1$ ,  $T_2$  und  $T_3$ :

$$K = \frac{c_W m_2 (T_2 - T_3)}{(T_3 - T_1)} - c_W m_1 \quad (1)$$

$$c_W = 1 \frac{\text{cal}}{\text{g K}}$$

Die Wärmeleitfähigkeit des Stabes  $\lambda$  ergibt sich aus dessen Querschnittsfläche  $q$  und Länge  $l$ , der Temperaturänderung pro Zeiteinheit  $\frac{dT_1}{dt}$  im kalten Wasser, der Temperatur des siedenden Wassers  $T_2$ , der mittleren Temperatur des kalten Wassers  $\bar{T}_1$  und der gesamten Wärmekapazität der zu erwärmenden Materialien  $C_{gesamt}$  :

$$\bar{T}_1 = \frac{1}{2} (T_{Anfang} + T_{Ende}) \quad (2)$$

$$C_{gesamt} = c_W m_W + K + c_m \rho_m V_m \quad (3)$$

$$\lambda = \frac{dT_1}{dt} \cdot \frac{l C_{gesamt}}{q (T_2 - \bar{T}_1)} \quad (4)$$

Dabei bezeichnet  $c_{W/M}$  die spezifische Wärmekapazität von Wasser bzw. Messing,  $m_{W/M}$  die entsprechende Masse,  $\rho_M$  die Dichte von Messing und  $V_M$  das Volumen des Stabfußes.

## 5 Durchführung (im Praktikum)

### Allgemeine Hinweise:

Der wichtigste Merksatz für diesen Versuch heißt: *Wiege das Wasser*. Stellen Sie sicher, dass Sie *alle* Wassermengen gewogen haben, bevor Sie sie wegschütten, das erspart Ihnen lästige Wiederholungen der Versuchsteile.

Die Temperatur von siedendem Wasser lässt sich am besten mit den Digitalthermometern messen. Die Messgenauigkeit dieser Thermometer beträgt laut Hersteller  $\pm 0,3$  °C im Temperaturbereich von  $-20$  bis  $+90$  °C und  $\pm 0,5$  °C außerhalb dieses Bereichs.

Bei der Verwendung der Digitalthermometer im Dewargefäß ist etwas Fingerspitzengefühl gefragt, um die dünne Glaswand des Gefäßes nicht mit der Thermometerspitze zu beschädigen.

### 5.1 Bestimmung der Wärmekapazität des Dewargefäßes (Kalorimeter)

Füllen Sie eine bestimmte Menge kalten Wassers (Masse  $m_1$ , Temperatur  $T_1$ ) in das Kalorimeter und bereiten Sie etwas kochendes Wasser ( $m_2$ ,  $T_2$ ) vor. Es empfiehlt sich, deutlich mehr kaltes als heißes Wasser zu verwenden, also z.B.  $m_1 = 600$  g und  $m_2 = 200$  g.

Nehmen Sie 5 min lang die Temperatur des kalten Wassers auf (alle 30 s). Anschließend lassen Sie die Stoppuhr weiterlaufen und gießen zügig das kochende Wasser hinzu. Nach dem Zugießen des kochenden Wassers nehmen Sie weitere 5 min lang die Temperatur der Mischung  $T_{Misch}$  unter ständigem Umrühren auf (in möglichst kurzen Zeitabständen).

Die Masse des kochenden Wassers  $m_2$  bestimmen Sie am genauesten aus der Differenz der Mischungsmasse  $m_{Misch}$  und der Masse des kalten Wassers  $m_1$ .

### 5.2 Bestimmung des Temperaturgefälles im Stab

Führen Sie eine Nullmessung für alle sechs Thermoelemente durch, solange der Stab Raumtemperatur hat (durch Umschalten am Messgerät können Sie nacheinander alle Thermoelemente abfragen). Obwohl beide Enden der Thermoelemente nun die gleiche Temperatur haben, zeigen alle unterschiedliche Spannungen an. Diese Werte müssen von allen zukünftigen Messwerten mit dem jeweiligen Thermoelement subtrahiert werden (vergleichbar dem Trieren von Waagen).

Bringen Sie im Wasserkocher 1,5 l Wasser zum Sieden und bereiten Sie in demselben Dewargefäß, das Sie für Aufgabe 5.1 verwendet haben, eine Eiswassermischung vor. (Befüllen Sie geleerte Eiswürfelbehälter bitte sofort wieder).

Bringen Sie nun zügig das untere Ende des Stabes in die Eiswassermischung und füllen Sie das siedende Wasser in den oberen Behälter.

Nehmen Sie nun unmittelbar anschließend und dann alle 2 bis 3 min den Temperaturverlauf im Stab auf. Dazu lesen Sie kurz hintereinander die Thermospannungen der einzelnen Thermoelemente ab. Nehmen Sie mindestens sechs Temperaturverläufe auf. Den letzten Verlauf nehmen Sie auf, wenn sich der Stab im stationären Zustand befindet. Für jeden Temperaturverlauf schalten sie das Messgerät kurz hintereinander auf jede der Messstellen.

*Führen Sie alle Messungen zügig durch und sorgen Sie mit Hilfe des Tauchsieders dafür, dass das Wasser im oberen Behälter permanent siedet. Nehmen Sie für jeden Temperaturverlauf auch die Temperaturen des siedenden und des Eiswassers (des Wassers, nicht des Eises) auf.*

**Stellen Sie durch Zugießen von siedendem Wasser sicher, daß der Tauchsieder immer von Wasser bedeckt bleibt, da er sich ansonsten zum Schutz vor Überhitzung aus Sicherheitsgründen abschaltet und Sie die Messung neu beginnen müssen. Wenn ein Tauchsieder nicht mehr heiß wird ist er meistens nicht wirklich defekt, sondern er hat sich zum Schutz vor Überhitzung abgeschaltet. Um die bei diesem Versuch verwendeten Modelle wieder zu aktivieren, warten Sie bis der Tauchsieder abgekühlt ist und drücken dann äußerst fest auf die kreisförmige Vertiefung im Griff des Tauchsieders, bis Sie ein deutliches Klick-Geräusch hören. Wenn es Ihnen nicht gelingt den Tauchsieder wieder in Betrieb zu nehmen informieren Sie den Assistenten Ihres Versuchs.**

### **5.3 Bestimmung der Wärmeleitfähigkeit von Messing (Kupfer)**

Lassen Sie weiterhin das Wasser im oberen Behälter siedend, entfernen Sie zügig (!) das Eis aus der Eiswassermischung und verringern Sie zügig (!) die Wassermenge, so dass der Fuß des Stabes gerade bedeckt ist, Messen Sie die Temperatur  $T$  des Wassers im Dewar als Funktion der Zeit  $t$ , solange bis die Temperatur des Wassers im Dewargefäß um insgesamt  $2\text{ }^{\circ}\text{C}$  angestiegen ist. Benutzen Sie dazu das Thermometer mit der feineren Skaleneinteilung und lesen Sie die Temperatur etwa alle 2 min ab. Die Temperatur des kochenden Wassers im oberen Behälter messen Sie wie im letzten Versuchsteil mit einem Digitalthermometer.

*Vergessen Sie nicht, die Menge des erwärmten Wassers im Dewargefäß nach Durchführung des Versuchs zu messen.*

## 6 Auswertung und Diskussion (zu Hause)

Bitte führen Sie zu jedem Wert eine Fehlerrechnung durch. Geben Sie alle verwendeten Formeln an und erläutern Sie kurz, was Sie tun und warum. Zeichnen Sie Ihre Diagramme auf Millimeterpapier und beschriften Sie sie vollständig (zu welcher Aufgabe gehört das Diagramm?, was ist auf den Achsen aufgetragen?). Die korrekte Form zur Angabe von Ergebnissen, sowie Hinweise zur Fehlerrechnung entnehmen Sie bitte der *Allgemeinen Praktikumsanleitung*.

### 6.1 Bestimmung der Wärmekapazität des Dewargefäßes (Kalorimeter)

Bestimmen Sie zunächst graphisch die Mischungstemperatur  $T_3$ . Tragen Sie die gemessenen Temperaturwerte mit Fehlerbalken gegen die Zeit in einem Diagramm auf. Sie sollten einen Verlauf ähnlich Abbildung 2 erhalten. Um nun aus dem Diagramm  $T_1$  und  $T_3$  zu bestimmen, machen Sie jeweils eine graphische Geradenanpassung für den Zeitbereich vor und nach dem Zufügen des kochenden Wassers. Platzieren Sie eine senkrechte Linie im Zeitbereich des Mischens, und zwar so, dass die beiden Flächen  $A_1$  und  $A_2$ , die von senkrechter Linie und Temperaturverlauf eingeschlossen werden, möglichst gleich groß sind. Auf dieser Senkrechten lesen Sie  $T_1$  und  $T_3$  ab. Bestimmen Sie die Fehler der Temperaturen aus den Extremalgeraden.

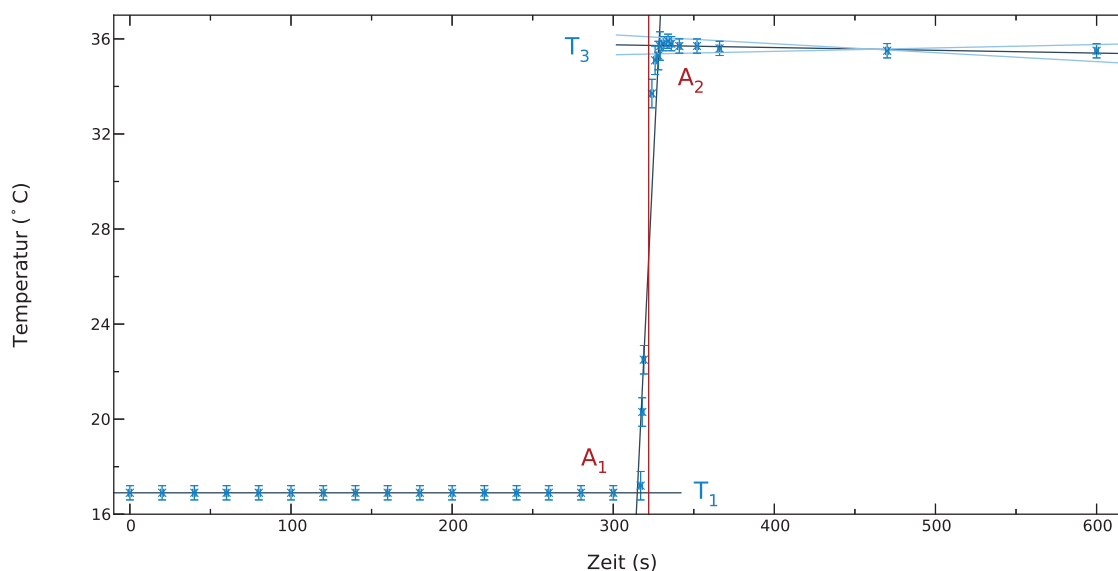


Abbildung 2: Temperaturdiagramm mit graphischer Geradenanpassung zur Bestimmung der Mischungstemperatur.

Berechnen Sie nun den Wasserwert des Kalorimeters  $K$  mit Hilfe von Gleichung (1).

## 6.2 Bestimmung des Temperaturgefälles im Stab

Zeichnen Sie den Temperaturverlauf im Stab zu vier verschiedenen Zeitpunkten in *ein* Diagramm ein (die erste Messreihe und die Messreihe im stationären Zustand inbegriffen). Tragen Sie dazu die gemessene Thermospannung gegen die Position auf dem Stab auf. Denken Sie daran, die Nullmessung des jeweiligen Thermoelements bei allen Messreihen von Ihren Messwerten zu subtrahieren. Zeichnen Sie für jede der aufgetragenen Messreihen auch eine physikalisch sinnvolle Ausgleichskurve ein (vergleiche Abbildung 3). Führen Sie für den stationären Zustand eine Geradenanpassung (entweder graphisch oder rechnerisch) durch. Um die verschiedenen Messreihen zu unterscheiden, empfiehlt sich die Verwendung verschiedenfarbiger Stifte.

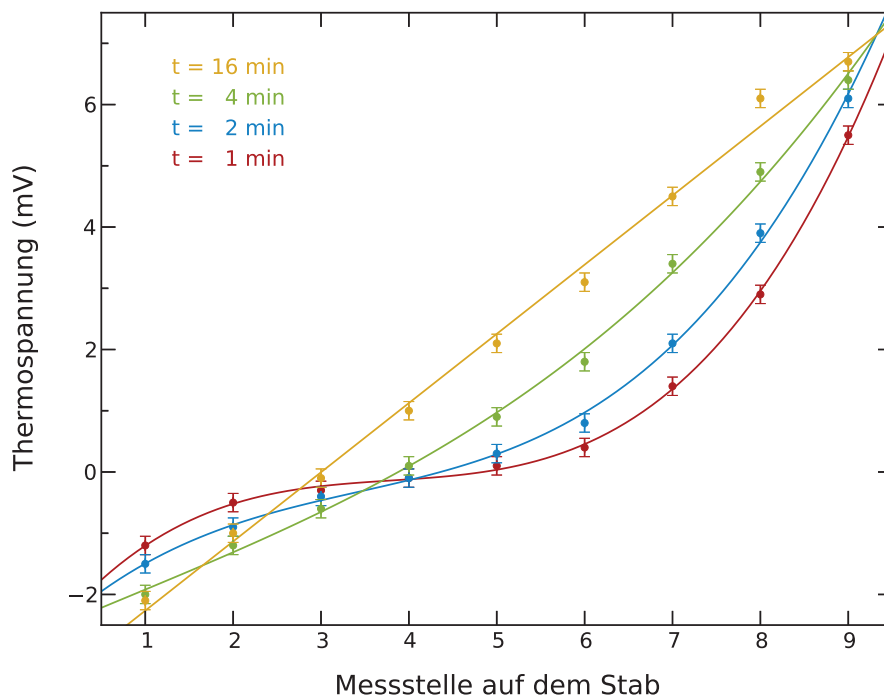


Abbildung 3: Temperaturverlauf im Stab zu verschiedenen Zeitpunkten  $t$ . Die Ausgleichskurven enthalten *genau einen Wendepunkt* und *keine lokalen Maxima* oder *Minima*. Für den stationären Zustand wurde eine rechnerische Geradenanpassung durchgeführt.



### 6.3 Bestimmung der Wärmeleitfähigkeit von Messing (Kupfer)

Tragen Sie zunächst Ihre Messwerte für den zeitlichen Verlauf der Temperatur des kalten Wassers in ein Diagramm ein. Bestimmen Sie die Steigung  $\frac{dT_1}{dt}$  der Kurve  $T_1(t)$  durch graphische Geradenanpassung.

Bestimmen Sie nun die mittlere Temperatur des kalten Wassers  $\overline{T_1}$  nach Gleichung (2) und die gesamte Wärmekapazität der zu erwärmenden Materialien  $C_{gesamt}$  nach Gleichung (3). Aus diesen Werten, den Maßen  $q$  und  $l$  des Stabes, sowie der Temperatur des siedenden Wassers  $T_2$  (falls diese geschwankt hat: Mittelwert bilden) berechnen Sie anschließend die Wärmeleitfähigkeit des Stabes  $\lambda$ . Geben Sie Ihr Ergebnis in den Einheiten  $\frac{\text{J}}{\text{s K m}}$  und  $\frac{\text{cal}}{\text{s }^\circ\text{C cm}}$  an.

### 6.4 Diskussion

Entsprechen die Verläufe aller Graphen Ihren Erwartungen? Falls nicht, was könnten mögliche Ursachen sein? Welche Fehlerquellen gibt es in diesem Versuch? Vergleichen Sie Ihr Ergebnis für die Wärmeleitfähigkeit des Stabes mit Literaturwerten für Messing und Kupfer. Denken Sie daran, die Quellen Ihrer Literaturwerte anzugeben.

## 7 Anhang: Herleitung der Formeln

### 7.1 Wasserwert des Kalorimeters

Wir mischen zu einer kalten Wassermenge (Masse  $m_1$ , Temperatur  $T_1$ ) in einem Dewargefäß (Kalorimeter) eine Menge heißen Wassers ( $m_2$ ,  $T_2$ ). Das heiße Wasser gibt dabei eine Wärmemenge  $\Delta Q$  an das kalte Wasser und das Kalorimeter ab, wodurch sich eine Mischungstemperatur  $T_3$  einstellt.

Die Temperaturänderung ist über die Wärmekapazität mit der transportierten Wärme verknüpft:

$$\Delta Q = C \Delta T \quad (5)$$

In unserem Fall gilt also

$$\Delta Q = c_W m_2 (T_2 - T_3) \quad (6)$$

und

$$\Delta Q = (K + c_W m_1) (T_3 - T_1) . \quad (7)$$

Dabei bezeichnet  $c_W$  die spezifische Wärmekapazität von Wasser und  $K$  die Wärmekapazität (Wasserwert) des Kalorimeters. Gleichsetzen von (6) und (7) und Auflösen nach  $K$  führt dann zu:

$$K = \frac{c_W m_2 (T_2 - T_3)}{(T_3 - T_1)} - c_W m_1 \quad (8)$$

### 7.2 Wärmeleitungsgleichung

Die Änderung der Temperatur entlang des Stabes heißt Temperaturgradient

$$\text{grad } T = \frac{\Delta T}{\Delta x} . \quad (9)$$

Durch den Querschnitt  $q$  des Stabes fließt ein Wärmestrom  $I$ . Dieser ist gegeben durch eine Wärmemenge  $dQ$ , die in einer Zeit  $dt$  durch den Stab fließt:

$$I = \frac{dQ}{dt} = \lambda q \text{ grad } T = \lambda q \frac{dT}{dx} \quad (10)$$

Die Proportionalitätskonstante  $\lambda$  bezeichnet die Wärmeleitfähigkeit eines Stoffes,  $x$  ist die Position auf dem Stab der Länge  $l$ . Sind die Temperaturen der beiden Stabenden konstant, so gilt im stationären Zustand für den Wärmestrom:

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{\lambda q (T_2 - T_1)}{l} \quad (11)$$

In unserem Fall ändert sich jedoch  $T_1$  als Funktion der Zeit  $t$ . Daher setzen wir in Gleichung (11)  $T_1(t)$  für  $T_1$  ein:

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{\lambda q (T_2 - T_1(t))}{l} \quad (12)$$

Die pro Zeiteinheit in das kühle Wasser einströmende Wärmemenge  $\frac{dQ}{dt}$  erhöht die Temperatur pro Zeiteinheit um

$$\frac{dT_1}{dt} = \frac{1}{C_{gesamt}} \frac{dQ}{dt}, \quad (13)$$

$$C_{gesamt} = c_W m_W + K + c_M \rho_M V_M .$$

Die Wärmekapazität  $C_{gesamt}$  setzt sich zusammen aus der Wärmekapazität des Wassers  $c_W m_W$ , der Wärmekapazität des Kalorimeters  $K$  (Wasserwert) und der Wärmekapazität des Stabfußes  $c_M m_M = c_M \rho_M V_M$ . Dabei bezeichnet  $c_{W/M}$  die spezifische Wärmekapazität von Wasser bzw. Messing,  $m_{W/M}$  die entsprechende Masse,  $\rho_M$  die Dichte von Messing und  $V_M$  das Volumen des Stabfußes. Auflösen von Gleichung (13) nach  $\frac{dQ}{dt}$  und Einsetzen in (12) liefert:

$$\frac{dT_1}{dt} = \frac{\lambda q (T_2 - T_1(t))}{l C_{gesamt}} \quad (14)$$

Während der Messung ändert sich  $T_1(t)$  vom Anfangswert  $T_{Anfang}$  bis zum Endwert  $T_{Ende}$  nur wenig. Wir können daher  $T_1(t)$  in guter Näherung durch den Mittelwert

$$\overline{T_1} = \frac{1}{2} (T_{Anfang} + T_{Ende}) \quad (15)$$

ersetzen. In dieser Näherung ist

$$\frac{dT_1}{dt} = \frac{\lambda q (T_2 - \overline{T_1})}{l C_{gesamt}} \quad (16)$$

konstant. Die Temperatur steigt folglich linear an.

## 8 Literatur

- Fehlerrechnung:  
[http://www.astro.uni-koeln.de/teaching\\_seminars/AP/](http://www.astro.uni-koeln.de/teaching_seminars/AP/)  
<http://www.ph2.uni-koeln.de/fileadmin/Lehre/Anfaengerpraktikum/Fehler.pdf>
- Meschede und Gerthsen: Physik, Springer, Berlin, 21. Aufl., 2002 (Kapitel 4)  
[http://www.ub.uni-koeln.de/digital/e\\_books/springer\\_links/index\\_ger.html](http://www.ub.uni-koeln.de/digital/e_books/springer_links/index_ger.html)
- Westphal: Physikalisches Praktikum, Vieweg+Teubner

## 9 Sicherheitshinweise

Bitte beachten Sie die allgemeinen Sicherheitshinweise, die in der Praktikumsanleitung dargelegt wurden.

In diesem Versuch müssen Sie kochendes Wasser verwenden, achten Sie darauf Verbrühungen zu vermeiden. Seien Sie also vorsichtig beim Umfüllen des kochenden Wassers in andere Gefäße. Berühren Sie nicht die Wand des oberen Behälters, wenn er mit kochendem Wasser gefüllt ist. Überprüfen Sie regelmäßig den Wasserstand im oberen Behälter: Der Tauchsieder muss bedeckt sein, um keinen Schaden zu nehmen; der Behälter sollte aber auch nicht so voll sein, dass Sie durch überkochendes Wasser verletzt werden.

Der Schlauch am unteren Ende des oberen Behälters dient dessen Entleerung am Ende des Versuchs. Nehmen Sie ihn erst zu diesem Zeitpunkt aus der Halterung und berücksichtigen Sie auch hier die hohe Temperatur des Wassers.

Schalten Sie den Tauchsieder immer sofort aus, wenn Sie ihn aus dem Wasser nehmen und beachten Sie, dass er noch eine Zeit lang heiß bleibt.