Versuch W12 für Physiker
Gasgesetze

I. Physikalisches Institut, Raum HS102
Stand: 8. Oktober 2024

generelle Bemerkungen

- **bitte Versuchspartner angeben**
- **bitte Versuchsbetreuer angeben**
- **bitte nur handschriftliche Auswertung**

1 Einleitung

Die allgemeine Gasgleichung beschreibt den Zusammenhang zwischen Druck, Volumen und Temperatur eines abgeschlossenen Gasvolumens. Einen Spezialfall, nämlich die Änderung des Volumens unter Temperaturänderung bei konstantem Druck, kennt man aus dem Alltag z.B. dadurch, dass sich leere Einwegpfand-Flaschen im Winter auf dem Weg zum Supermarkt zusammen ziehen. Auch halb-gefüllte Saftflaschen aus Plastik wölben sich im Kühlschrank häufig nach innen.
In diesem Versuch wird die Ausdehnung eines abgeschlossenen Gasvolumens bei Temperaturerhöhung dazu verwendet, die Ausdehnungskonstante des Gases zu messen. Außerdem wird die universelle Gaskonstante experimentell bestimmt, indem die Druckerhöhung des Gases bei Verkleinerung des Volumens untersucht wird.
Obwohl die allgemeine Gasgleichung nur für ideale Gase gilt, ist sie in vielen Bereichen auch für reale Gase wie z.B. Luft anwendbar.

2 Vorbereitung (zu Hause)

Die folgenden Stichpunkte und theoretischen Überlegungen sollen in Ihrem Heft schriftlich bearbeitet werden. Außerdem sollten Sie in der Lage sein, sie am Versuchstag im Antestat selbstständig wiederzugeben. Literaturhinweise gibt es in Abschnitt 7.

1. Machen Sie sich mit folgenden Begriffen und Gesetzmäßigkeiten vertraut:
   - Gasgesetze: Ideales Gasgesetz; Gasgesetze von Gay-Lussac, Amontons, Boyle-Mariotte; van-der-Waals Gleichung
   - Definition von Druck und Temperatur; Temperaturmessung, Druckmessung
   - Stoffmengenberechnung in Einheiten von Mol, Avogadrokonstante
   - Gleichverteilungssatz, Boltzmannkonstante
   - Thermische Ausdehnung von Gasen
2. Fertigen Sie eine Skizze des Versuchaufbaus an und beschreiben Sie die Durchführung der Messungen.

3 Versuchsaufbau und -beschreibung

Wir betrachten ein abgeschlossenes Gasvolumen, dessen Druck, Temperatur und Volumen gemessen werden. Aufgabe ist es, den durch die ideale Gasgleichung beschriebenen Zusammenhang zwischen diesen drei Messgrößen experimentell auf verschiedene Arten zu untersuchen. Dazu werden die beiden Spezialfälle der isothermen Kompression und der isobaren Ausdehnung des Volumens verwendet, d. h. zum einen wird bei konstanter Temperatur die Druckzunahme des Gases bei Volumenkompression bestimmt, zum anderen wird bei konstantem Druck die Volumenänderung mit steigender Temperatur gemessen. Mit Hilfe der Messwerte dieser Vorgänge lässt sich bestimmen, ob ein Term, welcher auf den drei Zustandsgrößen Druck, Temperatur und Volumen basiert, für die jeweils gegebene Gasmenge konstant ist, welchen Wert die universelle Gaskonstante hat und wie der Ausdehnungskoeffizient für die Annahme eines idealen Gases ausfällt.

Dazu benutzen wir folgende Anordnung, welche in Abb. 1 gezeigt ist:
Das zu untersuchende Gas (*hier:* Luft) befindet sich in einer Glasspritze. Der Glaskolben der Spritze ist mit Öl geschmiert, sodass das innere Gasvolumen idealerweise komplett dicht abgeschlossen ist und sich der Kolben einfach bewegen lässt. Dafür ist es notwendig, das Öl möglichst gleichmäßig zu verteilen. Ein Schlauch am anderen Ende des Glaszylinders führt zu einem Drucksensor und lässt sich über ein Ventil mit der Umgebung, also der Raumluft, verbinden. Das von der Glasspritze eingeschlossene Gasvolumen ist von einem Wasserbad umgeben, sodass die Temperatur des Gases möglichst genau festgelegt werden kann, indem die Wassertemperatur reguliert wird. Die Temperaturmessung erfolgt über einen Halbleiter-Temperatursensor, der an der Spitze in das Wasserbad eintaucht. Mit Hilfe eines Heizstrahlers unterhalb des Glaszylinders kann die Temperatur des Wasserbads, und damit die des Gases, erhöht werden.

Das aktuelle Volumen des Gases wird an der Skala auf der Glasspritze bei der Markierung auf dem Kolben abgelesen. Dabei ist das Volumen in den Schläuchen zum Ventil und Drucksensor nicht berücksichtigt. Dieses zusätzliche Volumen von ca. 4 ml muss somit je nach Rechnung noch addiert werden. Die Erfassung des Drucks und der Temperatur erfolgt über einen Computer mit Hilfe des Programms `measure`. Weitere Hinweise zum richtigen Umgang mit dem Programm `measure` und dem Vorgehen während der Messungen finden Sie weiter hinten im Abschnitt 5.

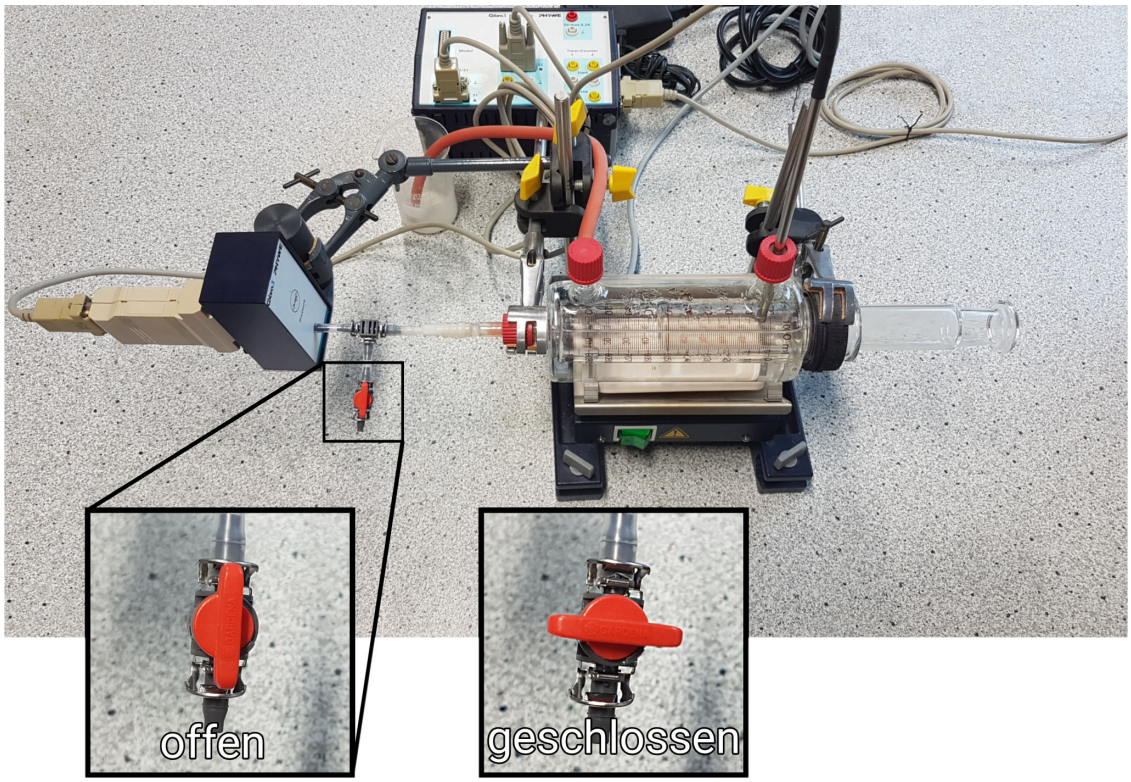

Abbildung 1:
Foto des Versuchsaufbaus mit Detailansicht des Ventils in offenem und geschlossenem Zustand. Oben rechts am Glaszylinder befindet sich ein Halbleiter-Temperatursensor, welcher in Kontakt mit dem Wasserbad steht. Oben links ist ein Überlaufschlauch angebracht, welcher überkochendes Wasser in ein Becherglas leitet. Auf der linken Seite des Glaszylinders befindet sich der Schlauch, welcher zum Drucksensor und Ventil führt (zusätzliches Volumen ca. 4 ml). Rechts ist der im Idealfall gut geschmierte und somit dichte und leicht bewegliche Glaskolben. Unter dem Zylinder befindet sich ein Heizstrahler und dessen Schalter mit Warnzeichen. Die Messgeräte werden mit Hilfe einer „Basic-Unit“ zusammengeführt (oben im Bild) und sind über diese mit einem Computer verbunden (nicht abgebildet).

4 Benötigte Formeln

Die allgemeine Gasgleichung für ideale Gase beschreibt die Abhängigkeiten der Zustandsgrößen Druck p, Volumen V, Stoffmenge n, und Temperatur T untereinander. Sie lautet:

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T \tag{1}$$

Dabei ist $R \approx 8{,}314463\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{mol\,K}}$ die universelle Gaskonstante[1]. Die Menge von 1 mol eines idealen Gases nimmt unter Normalbedingungen, d. h. bei einem Normaldruck $p_0 = 1013{,}25\,\mathrm{mbar}$ und einer Temperatur $T_0 = 0\,°\mathrm{C} = 273{,}15\,\mathrm{K}$, ein Volumen von $V_{\mathrm{m0}} = 22{,}41396954\,\frac{\mathrm{l}}{\mathrm{mol}}$ (Liter pro Mol) ein[2].
Im Allgemeinen herrschen jedoch beim Experiment keine Normalbedingungen (insbesondere die Normaltemperatur von $T_0 = 273,15\ K$ wäre eher unangenehm), so dass die abweichenden Bedingungen in Druck und Temperatur bei der Verwendung des Molvolumens berücksichtigt werden müssen.
Das Molvolumen $V_{m,mess}$ eines idealen Gases bei einem Druck p_{mess} und der Temperatur T_{mess} ergibt sich aus:

$$V_{m,mess} = V_{m0} \cdot \frac{T_{mess}}{T_0} \cdot \frac{p_0}{p_{mess}} \tag{2}$$

Die Stoffmenge eines idealen Gases in Einheiten von mol ist durch den Quotienten des Volumens des Gases V in l (Liter) und dem Molvolumen $V_{m,mess}$ gegeben:

$$n = \frac{V}{V_{m,mess}} \tag{3}$$

Nach dem Gesetz von Gay-Lussac ist das Volumen idealer Gase bei gleichbleibendem Druck und gleicher Stoffmenge direkt proportional zur Temperatur (siehe auch Gleichung (1)). Das Gas dehnt sich demnach bei Erwärmung aus. Für das Volumen V bei einer beliebigen Temperatur T gilt:

$$V(T) = V_0(1 + \gamma(T - T_0)) = V_0(1 + \gamma \cdot \Delta T), \tag{4}$$

wobei V_0 das Volumen des idealen Gases bei der Temperatur T_0 ist.
Der Ausdehnungskoeffizient γ ergibt sich somit aus

$$\gamma = \frac{1}{V_0}\frac{V(T) - V_0}{T - T_0} = \frac{1}{V_0}\frac{\Delta V}{\Delta T} \tag{5}$$

Für ideale Gase ist der Ausdehnungskoeffizient unabhängig von der Temperatur und hat den Wert $\gamma = \frac{1}{273{,}15\ \mathrm{K}} = 0,00366\ \mathrm{K}^{-1}$.

[1] Im Jahr 2019 wurden einige Konstanten des Internationalen Einheitensystems (SI) neu definiert (vgl. `https://www.bipm.org/en/publications/si-brochure/`). Da sich die universelle Gaskonstante aus Konstanten ergibt, deren Werte in diesem Zuge exakt festgelegt wurden, ist auch ihr Wert folglich fest definiert als $R = 8{,}31446261815324\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{mol\,K}}$.

[2] Gerundeter Literaturwert von `https://physics.nist.gov/cuu/Constants/index.html`.

5 Durchführung (im Praktikum)

Allgemeine Hinweise:

Die Datenaufnahme für Druck und Temperatur erfolgt in diesem Versuch automatisiert über den PC. Die Datenauswertung soll aber wie gewohnt per Hand erfolgen. Daher müssen alle Messwerte während des Versuchs im Praktikumsheft protokolliert werden. Es ist nicht gestattet, Speichermedien mit dem Computer zu verbinden.
Die Abdichtung des Gasvolumens geschieht durch einen dünnen Ölfilm auf dem Glaskolben. Zu Beginn des Versuches sollten Sie daher durch Bewegen und Drehen des Kolbens sicher stellen, dass das Öl gleichmäßig verteilt ist. Fassen Sie den Kolben nur am hinteren Ende an, *nicht* in dem geölten Bereich. Vermeiden Sie jegliche Verschmutzung, da ansonsten die Abdichtung des Volumens nicht mehr gegeben ist.

Das Messprogramm:

Starten Sie den PC (AP-Benutzeraccount ohne Passwort). Auf dem Desktop befindet sich ein Symbol für das Programm `measure`. Starten Sie das Programm und überprüfen Sie, ob unter `Messgerät` ein Häkchen bei `Cobra 3 Gasgesetze` gesetzt ist. Drücken Sie den roten Knopf `Messaufnahme`.
Überprüfen Sie im Fenster die Einstellungen:
Drucksensor: Eingang S1, Temperatursensor: Eingang S2
Sensortyp: Halbleiter
Volumenmessung: manuell
Startvolumen: 50 ml
Volumeninkrement: 1 ml, Volumenrichtung: Verkleinerung
Automatisch berechnen (alle Häkchen weg)
x-Datensatz auf Messwertnummer (n)
Durch Drücken von `weiter` erscheinen insgesamt drei Fenster: Eines für die Temperaturanzeige, eines für die Druckanzeige und eines zur Datenaufnahme „`Cobra3 Messaufnahme`“.

5.1 Isotherme Kompression

Bei konstanter Temperatur wird die Druckzunahme des Gases bei Kompression des Volumens gemessen.

Spielen Sie ein wenig mit dem Versuch und machen Sie sich mit der Apparatur vertraut. Um ein bestimmtes Gasvolumen einzustellen, öffnen Sie das Ventil an der Verbindung zwischen Glasspritze und Drucksensor, bewegen dann den Glaskolben zur gewünschten Markierung und schließen das Ventil danach wieder. Das Gasvolumen wird durch den Drucksensor, das Ventil und den ölgedichteten Glaskolben begrenzt. Das zusätzliche Luftvolumen in der Schlauchverbindung (ca. 4 ml) muss somit später zum Gesamtvolumen hinzu addiert werden. Testen Sie, ob das System dicht ist. Drücken Sie dazu den Glaskolben ein wenig nach innen, lassen Sie los und beobachten Sie, ob das System wieder zum Ausgangsvolumen zurück kehrt. Stellen Sie zu Beginn der Messreihe das Gasvolumen im Zylinder auf genau 50 ml ein.

Zur Messaufnahme muss am PC das Fenster „Cobra3 Messaufnahme“ aktiv sein. Die Aufnahme der Messwerte für Druck und Temperatur erfolgt über den Knopf Messwert speichern oder über die Leerzeichentaste der Tastatur.

Nehmen Sie den ersten Messwert beim Startvolumen von 50 ml auf. Reduzieren Sie durch Drücken des Glaskolbens schrittweise das Volumen um 1 ml, bis zu einem Endvolumen von 40 ml. Führen Sie dies möglichst zügig durch, um den Einfluss der unvermeidlichen Undichtigkeiten der Versuchsapparatur auf das Messergebnis zu minimieren. Nehmen Sie für jeden ml-Schritt einen Messwert mit dem PC auf.

Nachdem Sie die Messaufnahme beendet haben, klicken Sie den Knopf Messwerttabelle. Übernehmen Sie die relevanten Werte in Ihr Protokollheft, d.h. jeweils 11 Messwerte für das Volumen, die Temperatur und den Druck (inkl. Fehler).

Diese Versuchsreihe wird später (3. Versuchsteil) bei einer höheren Temperatur wiederholt. Die Heizphase dient jedoch zur Aufnahme der Daten für den 2. Versuchsteil.

5.2 Isobare Volumenausdehnung

Bei konstantem Druck wird die Volumenzunahme des Gases bei Erhöhung der Temperatur gemessen.

Drücken Sie am PC auf den Knopf Messaufnahme. Passen Sie im Fenster die Optionen auf diesen Versuchsteil an, d.h. stellen Sie die Volumenrichtung auf Vergrößerung.
Kontrollieren Sie, dass das Startvolumen im Messzylinder noch genau 50 ml beträgt und korrigieren Sie es gegebenenfalls. Protokollieren Sie den Anfangsdruck. Bei der folgenden Messreihe sollte der Druck ungefähr konstant bleiben.

Stellen Sie sicher, dass der Überlaufschlauch des Glaszylinders in ein Becherglas führt. Schalten Sie dann die Heizung ein (grüner Schalter).

Das Volumen im Glaskolben dehnt sich nun selbstständig aus. Nehmen Sie alle 1 ml Volumenvergrößerung einen Messwert auf (Drücken der Leertaste).

Bei einem Volumen von 60 ml (*oder falls $T > 368$ K, dann sofort!*) schalten Sie die Heizung aus. Die Temperatur darf 368 K nicht überschreiten, da die Gefahr besteht, dass das Wasser kocht. Nehmen Sie den letzten Messwert bei einem Volumen von 60 ml auf.

Beenden Sie die Messaufnahme und klicken Sie den Knopf Messwerttabelle. Tragen Sie erneut die Messwerte für das Volumen, den Druck und die Temperatur inklusive Fehlerabschätzung in Ihr Protokollheft ein.

Die erhöhte Temperatur dient zur Aufnahme einer zweiten Messreihe zur isothermen Kompression.

5.3 Isotherme Kompression

Bei konstanter (erhöhter) Temperatur wird erneut die Druckzunahme des Gases bei Kompression des Volumens gemessen.

Drücken Sie am PC auf den Knopf `Messaufnahme`. Stellen Sie die Volumenrichtung wieder auf `Verkleinerung`.
Stellen Sie das Startvolumen im Messzylinder zurück auf 50 ml. Dazu muss das Ventil geöffnet, das Volumen eingestellt und das Ventil wieder geschlossen werden. *Vorsicht, der Messzylinder ist heiß!*

Wie im 1. Versuchsteil wird das Gas durch Drücken des Glaskolbens jeweils in 1 ml-Schritten auf 40 ml komprimiert, wobei für jeden Milliliter Kompression die Messwerte mit dem PC aufgenommen werden (*Leertaste drücken*). Beachten Sie auch hier wieder, dass die Kompression möglichst zügig durchgeführt werden sollte, damit der Einfluss von Undichdigkeiten auf das Versuchsergebnis möglichst gering bleibt.

Schließen Sie die Messaufnahme, öffnen Sie die Messwerttabelle und übertragen Sie alle relevanten Daten in Ihr Protokollheft (11 Messwerte für Volumen, Druck und Temperatur, inklusive Fehlerabschätzung).

Nach Abschluss der Messungen drücken Sie bitte den Glaskolben im Messzylinder ganz nach innen, um Verschmutzungen der Ölschicht zu vermeiden, fahren Sie den PC herunter und schalten Sie die Steckdosenleiste aus.

6 Auswertung und Diskussion (zu Hause)

Bitte führen Sie zu jedem Wert eine Fehlerrechnung durch. Geben Sie alle verwendeten Formeln an und erläutern Sie kurz, was Sie tun und warum. Zeichnen Sie Ihre Diagramme auf Millimeterpapier und beschriften Sie sie vollständig (Zu welcher Aufgabe gehört das Diagramm?, Was ist auf den Achsen aufgetragen?). Die korrekte Form zur Angabe von Ergebnissen, sowie Hinweise zur Fehlerrechnung und zur Geradenanpassung entnehmen Sie bitte der *Allgemeinen Praktikumsanleitung*.

6.1 Isotherme Kompression

Korrigieren Sie ihre Werte für das Volumen um 4 ml, entsprechend dem Totvolumen im Schlauch zwischen Glaszylinder, Drucksensor und Ventil.
Berechnen Sie für die beiden Versuchsteile 1 und 3 jeweils die einzelnen Quotienten $\frac{pV}{T}$ und tragen Sie die Werte (mit Fehlerbalken) gegen die Nummer des Messwertes auf. Dabei sollten Sie für jeden Versuchsteil ein eigenes Diagramm erstellen. Zeichnen Sie die Extremalgeraden ein und führen Sie eine graphische Interpolation durch. Diskutieren Sie, ob im Rahmen der Messgenauigkeit die Steigung null ist und somit der Ausdruck $\frac{pV}{T}$ eine Konstante des Systems ist.

Bestimmen Sie für die beiden Versuchsteile den jeweiligen Mittelwert von $\frac{pV}{T}$ aus den entsprechenden 11 Einzelmessungen. Berechnen Sie mit Gleichung (2) und Gleichung (3) die molare Stoffmenge n, indem Sie die jeweils ersten Messwerte verwenden (beim jeweiligen Startvolumen von 50 ml). Aus dem Mittelwert für $\frac{pV}{T}$ und der Stoffmenge n lässt sich nach Gleichung (1) die Gaskonstante R berechnen. Denken Sie an das Totvolumen. Vergleichen Sie für beide Versuchsteile den auf diese Weise experimentell bestimmten Wert für R mit dem Literaturwert. Vergessen Sie nicht die Fehlerrechnungen.

6.2 Isobare Volumenausdehnung

Tragen Sie das Volumen V als Funktion der Temperatur T auf und führen Sie eine graphische Geradenanpassung durch. Bestimmen Sie aus der Steigung der Regressionsgeraden und dem Anfangsvolumen V_0 des Gases den Ausdehnungskoeffizienten γ (siehe Gleichung (5)). Beachten Sie, dass das Totvolumen von 4 ml in diesem Versuchsteil nicht erwärmt wird und somit nicht zur Ausdehnung des Gases beiträgt. Das Ausgangsvolumen für diesen Versuchteil beträgt somit $V_0 = 50$ ml.

6.3 Diskussion

Entsprechen die Verläufe aller Graphen Ihren Erwartungen? Falls nicht, was könnten mögliche Ursachen sein? Welche Fehlerquellen gibt es in diesem Versuch? Vergleichen Sie Ihre Ergebnisse für die Gaskonstante R und den Ausdehnungskoeffizienten γ mit Literaturwerten und analysieren Sie die Gründe für mögliche Abweichungen. Denken Sie daran, die Quellen Ihrer Literaturwerte anzugeben.

7 Literatur

- Fehlerrechnung und allgemeine Hilfen:
  `http://www.astro.uni-koeln.de/AP/`
- Meschede und Gerthsen: Physik, Springer, Berlin, 24. Aufl., 2010 (Kapitel 6: Wärme)
  `http://www.ub.uni-koeln.de/digital/e_books/index_ger.html`
- Demtröder: Experimentalphysik 1, Springer, Berlin, 6. Auflage, 2013 (Kapitel 10: Wärmelehre)
  `http://www.ub.uni-koeln.de/digital/e_books/index_ger.html`
- Tipler: Physik, Spektrum, Heidelberg, 3. Auflage, 2000
- Westphal: Physikalisches Praktikum, Vieweg+Teubner

8 Sicherheitshinweise

Bitte beachten Sie die allgemeinen Sicherheitshinweise, die in der Praktikumsanleitung dargelegt wurden.
Das Wasserbad zum Temperieren des Gasvolumens soll nicht kochen. Schalten Sie daher im 2. Versuchsteil *sofort* die Heizung aus, falls die Temperatur einen Wert von 368 K erreicht. Der Glaszylinder wird heiß. Achten Sie daher darauf, sich nicht zu verbrennen.