

# $\begin{array}{c} Versuch\ W11\ {\rm f\"{u}r\ Physiker} \\ W\ddot{a}rmepumpe \end{array}$

Stand: 23. Oktober 2023

# generelle Bemerkungen

- ullet bitte Versuchspartner angeben
- bitte Versuchsbetreuer angeben
- bitte nur handschriftliche Auswertung

# 1 Einleitung

Eine Wärmepumpe entzieht einer Umgebung mit niedriger Temperatur Energie und führt diese einer Umgebung mit höherer Temperatur zu. Die dazu erforderliche Arbeit wird von einem Kompressor aufgebracht.

Nach diesem Prinzip funktionieren zum Beispiel Kühlschränke oder Erdwärmepumpen. Beim Kühlschrank wird ein relativ kleiner Raum stark abgekühlt, indem die Wärme in ein sehr großes Reservoir transportiert wird (Raumluft), das sich dementsprechend nur wenig erwärmt. Bei der Erdwärmepumpe ist es umgekehrt, hier ist das erwärmte Reservoir deutlich kleiner als das, dem die Wärme entzogen wird.

Bei diesem Versuch wird Wärme zwischen zwei Wasserbädern mittels eines elektrisch betriebenen Kompressors ausgetauscht. Die Wassermengen sind auf beiden Seiten etwa gleich groß, dementsprechend sind auch die Temperaturänderungen der beiden Wasserbäder vergleichbar.

# 2 Vorbereitung (zu Hause)

Die folgenden Stichpunkte und theoretischen Überlegungen sollen in Ihrem Heft schriftlich bearbeitet werden. Außerdem sollten Sie in der Lage sein, sie am Versuchstag im Antestat selbstständig wiederzugeben. Weitere Hinweise zum Vorgehen bei den Herleitungen finden Sie in Abschnitt 7. Literaturhinweise gibt es in Abschnitt 8.

- 1. Machen Sie sich mit folgenden Begriffen und Gesetzmäßigkeiten vertraut: Thermodynamische Hauptsätze, Thermodynamische Zustandsgrößen (insbesondere Enthalpie), Dampfdruck, Verdampfung, Kondensation, Wärmekapazität, Kreisprozess, Wärmekraftmaschine, Carnotprozess, Kühlschrank, Wärmepumpe, Kompressor, Drosselventil, Phasendiagramme (insbes. Mollier-Diagramm)
- 2. Übertragen Sie das Mollier-Diagramm (Abbildung 4) in Ihr Heft (Skizze) und erläutern Sie daran den in diesem Versuch verwendeten Kreisprozess. Was bedeuten die Begriffe isentrop, isotherm, isobar, isenthalpisch? Wodurch unterscheiden sich die Begriffe isentrop und adiabatisch?
- 3. Leiten Sie die Formeln für Wärme- und Volumenfluss (2) und (5) her.
- 4. Erläutern Sie die Bedeutung der verschiedenen Größen (Wirkungsgrad, Leistungszahl und volumetrische Effizienz), die die Effizienz der Wärmepumpe beschreiben und leiten Sie die Formeln (3), (4) und (7) her, nach denen Sie diese Größen in der Auswertung berechnen werden.
- 5. Fertigen Sie eine Skizze des Versuchsaufbaus an, an der alle zu messenden Größen zugeordnet sind.
- 6. Denken Sie daran, am Versuchstag Millimeterpapier und Taschenrechner mitzubringen, damit Sie Aufgabe 6.1 durchführen können (vgl. Abschnitt 5.5).

# 3 Versuchsaufbau und -beschreibung

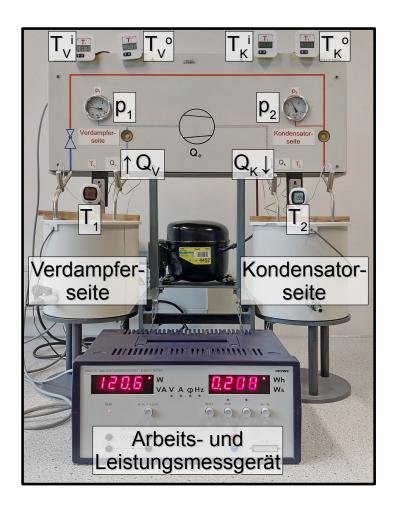


Abbildung 1: Foto des Versuchsaufbaus

- 1. Der Kompressor verdichtet das gasförmige Arbeitsmittel, die dazu benötigte Energie wird in Form von elektrischer Energie  $W_e$  zugeführt. Durch die Kompression werden Druck und Temperatur des Arbeitsmittels erhöht.
- 2. Auf der Seite des Kondensators wird vom Arbeitsmittel Wärmeenergie  $Q_k$  an die Umgebung abgegeben. Dabei wird der größte Teil dieser Energie durch Verflüssigung des Arbeitsmittels frei und nur ein geringer Teil durch Abkühlung des Arbeitsmittels. Die Temperatur vor und hinter dem Kondensator kann an zwei Messstellen überprüft werden.

Technische Daten	
Arbeitsmittel	R-134a $(1,1,1,2$ -Tetrafluorethan, $CH_2FCF_3)$
Hubvolumen	$V_{ m Hub} = 5.08{ m cm}^3$
Drehzahl	$f = 1450  \mathrm{min}^{-1}$
Leistungszahl	$\epsilon \approx 2.2$
Wirkungsgrad	$\eta \approx 80\%$
volumetrische Effizienz	$\lambda \approx 80\%$
Betriebsspannung	$220\mathrm{V},50\mathrm{Hz}$
Kompressorleistung	ca. 100-120 W (abh. von Temperatur & Betriebszustand)

Tabelle 1: Herstellerangaben zur Wärmepumpe

- Im Schauglas hinter dem Kondensator erkennt man während des Betriebs der Wärmepumpe flüssiges Arbeitsmittel und darin einige Gasblasen. Der Zustand kann sich verändern.
- 4. Das Manometer zeigt den Überdruck des Arbeitsmittels auf der Kondensatorseite in bar an. Zum Vergleich mit den in Tabelle 6.2 angegebenen Absolutdrücken ist zu den Überdruckwerten jeweils der Luftdruck von ca. 1 bar zu addieren.
- 5. Durch das Drosselventil strömt das Arbeitsmittel aus dem Bereich mit hohem Druck in den Bereich mit niedriegem Druck und kühlt sich dabei ab.
- 6. Auf der Seite des Verdampfers nimmt das Arbeitsmittel Wärmeenergie  $Q_v$  aus der Umgebung auf. Dabei wird der größte Teil dieser Energie zum Verdampfen des Arbeitsmittels benötigt und nur ein geringer Teil zum Erwärmen des Arbeismittels. Die Temperatur vor und hinter dem Verdampfer kann an zwei Messstellen überprüft werden. Ein Temperatursensor, der direkt an den Wendeln des Verdampfers angebracht ist, steuert das Drosselventil, da nur dampfförmiges Arbeitsmittel in den Kompressor gelangen darf.
- 7. Im Schauglas hinter dem Verdampfer erkennt man während des Betriebs der Wärmepumpe gasförmiges Arbeitsmittel oder gerade noch verdampfendes flüssiges Arbeitsmittel. Der Zustand kann sich verändern.
- 8. Das Manometer zeigt den Überdruck des Arbeitsmittels auf der Verdampferseite in bar an. Zum Vergleich mit den in Tabelle 6.2 angegebenen Absolutdrücken ist zu den Überdruckwerten jeweils der Luftdruck von ca. 1 bar zu addieren.

Ferner ist die Wärmepumpe mit einem Hoch- und Niederdruckpressostat zum Schutz vor Überhitzen bzw. Unterkühlen ausgestattet. Der Pressostat schaltet den Kompressor bei Über- bzw. Unterschreiten eines bestimmten, werkseitig eingestellten Drucks vorübergehend ab.

# 4 Benötigte Formeln

Die Leistung P des Kompressors ergibt sich aus der aufgewendeten Arbeit  $\Delta W_e$  und der dafür benötigten Zeit  $\Delta t$  als

 $P = \frac{\Delta W_e}{\Delta t} \ . \tag{1}$ 

Den Wärmefluss am Verdampfer bzw. Kondensator  $\dot{Q}_{v/k}$  berechnet man aus der Temperaturänderung pro Zeiteinheit  $\frac{\Delta T}{\Delta t}$ , der Masse des erwärmten Wassers  $M_w$  und der spezifischen Wärmekapazität des Wassers  $c_w$  zu

$$\dot{Q} = c_w M_w \left| \frac{\Delta T}{\Delta t} \right| . \tag{2}$$

Damit ergibt sich die Leistungszahl zu

$$\epsilon = \frac{\dot{Q}_k}{P} \ . \tag{3}$$

Der Wirkungsgrad ist näherungsweise

$$\eta = \frac{\dot{Q}_k}{P + \dot{Q}_v} \ . \tag{4}$$

Der effektive Volumenfluss des Arbeitsmittels  $\dot{V}_{\rm eff}$  ergibt sich aus dem Wärmefluss am Verdampfer, dem spezifischen Volumen des Dampfes v und den spezifischen Enthalpien von Dampf  $h_1$  und Flüssigkeit  $h_3$  als

$$\dot{V}_{\text{eff}} = v \frac{\dot{Q}_v}{h_1 - h_3} \ . \tag{5}$$

Der Fluss des Hubvolumens  $\dot{V}_{\rm Hub}$  ist gegeben durch das Hubvolumen des Kompressors  $V_{\rm Hub}$  und die Hubfrequenz des Kolbens f:

$$\dot{V}_{\text{Hub}} = V_{\text{Hub}} f \tag{6}$$

Aus  $\dot{V}_{\rm eff}$  und  $\dot{V}_{\rm Hub}$  ergibt sich die volumetrische Effizienz zu

$$\lambda = \frac{\dot{V}_{\text{eff}}}{\dot{V}_{\text{Hub}}} \ . \tag{7}$$

# 5 Durchführung (im Praktikum)

#### 5.1 Vorbereitungen

Befüllen Sie beide Wasserreservoirs mit dem dazugehörigen Messbecher, so dass die Wärmetauscher komplett bedeckt sind. Notieren Sie die eingefüllten Mengen. Achten Sie darauf, dass das Wasser auf der Verdampferseite nicht wärmer ist als auf der Kondensatorseite. Da das in den Leitungen stehende Wasser üblicherweise etwas erwärmt ist, empfiehlt es sich zuerst die Kondensatorseite (rechts) zu befüllen.

#### 5.2 Bedienung des Arbeits- und Leistungsmessgeräts

Machen Sie sich vor Beginn der Messungen mit der Bedienung des Arbeits- und Leistungsmessgeräts (i. F. Leistungsmessgerät) vertraut.

Taste	Funktion			
t	schaltet die Anzeige zwischen Zeit und Arbeit um			
Ws/Wh	Auswahl der Einheiten: - Arbeit in Ws und Zeit in s oder			
	- Arbeit in Wh und Zeit in h			
Stop	startet und stoppt die Zeitmessung			
Reset	Reset			

Für das Notieren von Messwerten ist insbesondere die rechte Anzeige des Leistungsmessgeräts relevant. Stellen Sie für die Messungen die Einheit Wh ein. Achten Sie darauf, dass die rechte Anzeige nicht aus Versehen die Zeit anzeigt, sondern die verrichtete Arbeit. Nutzen Sie für die Zeitmessung ein anderes Gerät, wie bspw. ein Mobiltelefon. Setzen Sie das Leistungsmessgerät zurück, bevor Sie mit den Messungen beginnen.

#### 5.3 Messgrößen

Notieren Sie den aktuellen Stand der folgenden Messgrößen bevor Sie die Wärmepumpe einschalten.

#### 1. Bestimmung der Leistung:

t = Zeit (starten Sie Ihre Messungen bei 0 min)

 $W_e = \text{elektrische Arbeit des Kompressors in Wh (Leistungsmessgerät)}$ 

#### 2. Verdampferseite:

 $p_1 = \text{Druck}$ 

 $T_1 = Wassertemperatur$ 

 $T_v^i = \text{Temperatur am Zulauf}$ 

 $T_v^o = \text{Temperatur am Ablauf}$ 

#### 3. Kondensatorseite:

 $p_2 = \text{Druck}$ 

 $T_2 = Wassertemperatur$ 

 $T_k^i = ext{Temperatur am Zulauf}$ 

 $T_k^o = \text{Temperatur am Ablauf}$ 

#### 5.4 Messung

Schalten Sie die Wärmepumpe ein und starten Sie zeitgleich die Messung am Leistungsmessgerät.

Notieren Sie alle zwei Minuten alle oben genannten Messgrößen.

Während der Messungen sollten Sie das Wasser auf der Verdampferseite ständig und das auf der Kondensatorseite regelmäßig umrühren, um die Bildung von Eiskristallen oder verschiedenen Temperaturschichten zu verhindern.

#### Ende der Messungen:

Die Messung dauert in der Regel etwa 30 min. Sie ist zu beenden, wenn keine signifikante Änderung der Temperatur mehr erfolgt (bevor sich in dem Reservoir auf der Verdampferseite Eis bildet). Schalten Sie nun die Wärmepumpe ab.

Manchmal kommt es vor, dass der Druck auf der Kondensatorseite so stark ansteigt, dass sich die Wärmepumpe von selbst abschaltet oder das Wasser auf der Verdampferseite auszufrieren beginnt. In diesem Fall beenden Sie die Messung etwas früher.

#### 5.5 Einfluss der Umgebung

Um den Einfluss des Wärmeaustauschs mit der Umgebung abzuschätzen, warten Sie nun 15–30 min und messen dann erneut die Temperatur der beiden Wasserbäder. In der Wartezeit führen Sie bitte Aufgabe 6.1 der Auswertung durch.

# 6 Auswertung und Diskussion (im Praktikum / zu Hause)

Bitte führen Sie zu jedem Wert eine Fehlerrechnung durch. Geben Sie alle verwendeten Formeln an und erläutern Sie kurz, was Sie tun und warum. Zeichnen Sie Ihre Diagramme auf Millimeterpapier und beschriften Sie sie vollständig (zu welcher Aufgabe gehört das Diagramm?, was ist auf den Achsen aufgetragen?). Die korrekte Form zur Angabe von Ergebnissen, sowie Hinweise zur Fehlerrechnung entnehmen Sie bitte der Allgemeinen Praktikumsanleitung.

#### 6.1 Zeitlicher Verlauf der Temperaturen

Tragen Sie nach Vorbild der Abbildung 2 alle Ihre Temperaturmesswerte gegen die Zeit auf.

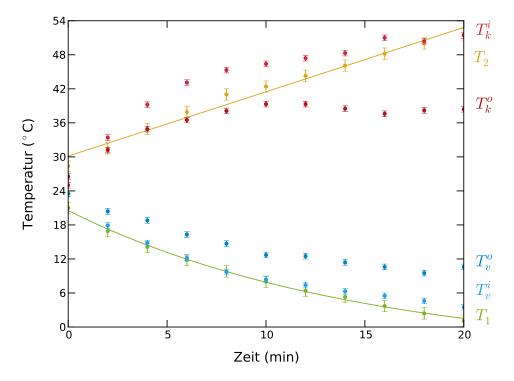


Abbildung 2: Temperaturen am Zufluss und Abfluss des Verdampfers  $(T_v^i \text{ und } T_v^o)$  und des Kondensators  $(T_k^i \text{ und } T_k^o)$  als Funktion der Zeit. Die durchgehenden Linien spiegeln den Temperaturverlauf in den Wasserreservoirs  $(T_1 \text{ und } T_2)$  wieder. Im Idealfall sollte sich die Temperatur des Arbeitsmittels bei Verdampfung und Kondensation nicht ändern, sondern die benötigte bzw. frei werdende Energie von der Umgebung aufgenommen bzw. an diese abgegeben werden.

#### 6.2 Dampfdruckkurve

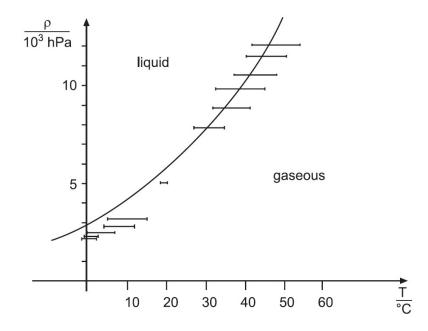


Abbildung 3: Zusammenhang zwischen (absolutem) Druck und Siedetemperatur des Arbeitsmittels. Die Enden der Fehlerbalken markieren die Temperaturen am Zufluss und Abfluss des Verdampfers bzw. Kondensators. Die durchgehende Kurve entspricht der Dampfdruckkurve, wie man sie aus den Messwerten in Tabelle 6.2 erhält. Quelle: PHYWE

Zeichnen Sie die Dampfdruckkurve des Arbeitsmittels 1,1,1,2-Tetrafluorethan in ein Druck-Temperatur-Diagramm ein. Die nötigen Daten entnehmen Sie bitte der Tabelle 6.2. In dieses Diagramm tragen Sie außerdem Ihre eigenen Messwerte nach Vorbild der Abbildung 3 ein. Sie müssen also zu den Überduckwerten, die Sie während Ihrer Messung aufgenommen haben noch den Atmosphärendruck (ca. 1 bar) addieren, um den absoluten Druck zu erhalten. Diese liefern die y-Werte Ihrer Datenpunkte. Die x-Fehlergrenzen sind gegeben durch die Temperaturwerte, die Sie an Ein- und Ausgang des Kondensators bzw. Verdampfers gemessen haben.

Temperatur	absoluter Druck	spezifisches Volumen Dampf	spezifische Enthalpie Flüssigkeit	spezifische Enthalpie Dampf
T	p	v	$h_3$	$h_1$
(°C)	(MPa)	$\left(rac{ ext{m}^3}{ ext{kg}} ight)$	$\left(rac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}} ight)$	$\left(\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}}\right)$
-30 -20	0.08436 $0.13268$	$0.22596 \\ 0.14744$	$161.10 \\ 173.82$	380.45 386.66
-10 -8	0.20052 0.21684	0.09963 0.09246	186.78 189.40	392.75 393.95
-6 -4	0.23418 $0.25257$	0.08591 0.07991	192.03 194.68	395.15 396.33
-4 -2	0.25257 $0.27206$	0.07440	194.08	397.51
$0 \\ 2$	0.29269 $0.31450$	0.06935 $0.06470$	200.00 $202.68$	398.68 399.84
4	0.33755	0.06042	205.37	401.00
6 8	$0.36186 \\ 0.38749$	$0.05648 \\ 0.05238$	208.08 $210.80$	$402.14 \\ 403.27$
10 12	0.41449 0.44289	0.04948 0.04636	213.53 216.27	404.40 405.51
14	0.47276	0.04348	219.03	406.61
16 18	0.50413 $0.53706$	0.04081 $0.03833$	221.80 $224.59$	407.70 $408.78$
20	0.57159	0.03603	227.40	409.84
$\begin{array}{c} 22 \\ 24 \end{array}$	0.60777 $0.64566$	$0.03388 \\ 0.03189$	230.21 $233.05$	$410.89 \\ 411.93$
$\frac{26}{28}$	0.68531 $0.72676$	0.03003 $0.02829$	$235.90 \\ 238.77$	$412.95 \\ 413.96$
30 32	0.77008	0.02667 0.02516	241.65	414.94
34	$0.81530 \\ 0.86250$	0.02374	$244.55 \\ 247.47$	$415.90 \\ 416.85$
$\frac{36}{38}$	0.91172 $0.96301$	$0.02241 \\ 0.02116$	$250.41 \\ 253.37$	$417.78 \\ 418.69$
40	1.01650	0.01999	256.35	419.58
42 $44$	$1.07210 \\ 1.13000$	$0.01890 \\ 0.01786$	$259.35 \\ 262.38$	$420.44 \\ 421.28$
46 48	$1.19010 \\ 1.25270$	0.01689 $0.01598$	265.42 $268.49$	422.09 $422.88$
50	1.31770	0.01511	271.59	423.63
60 70	$\begin{array}{c} 1.68150 \\ 2.11650 \end{array}$	$0.01146 \\ 0.00867$	287.49 $304.29$	$426.86 \\ 428.89$

Tabelle 2: Eigenschaften des Arbeitsmittels auf der Siedekurve.

#### 6.3 Effizienz der Wärmepumpe

Berechnen Sie für zwei Zeitpunkte, in der Mitte und gegen Ende der Messreihe, alle folgenden Größen (Abschnitte 6.3.1 bis 6.3.3), die Aufschluss über die Effizienz der Wärmepumpe geben. Stellen Sie Ihre Ergebnisse, die zugehörigen Fehlerwerte sowie die Herstellerangaben in einer Tabelle zusammen.

#### 6.3.1 Leistungszahl $\epsilon$

Berechnen Sie zunächst die Kompressorleistung und den Wärmefluss am Kondensator nach den Gleichungen (1) und (2). Die Leistungszahl ergibt sich dann nach Gleichung (3).

Rechenbeispiel für  $t = 10 \text{ min}^1$ :

$$P|_{10 \text{ min}} = \frac{W_e|_{10 \text{ min}} - W_e|_{8 \text{ min}}}{10 \text{ min} - 8 \text{ min}}$$

$$= \frac{22,57 \text{ Wh} - 18,20 \text{ Wh}}{2 \text{ min}}$$

$$= 131,1 \text{ W}$$

$$\dot{Q}_k|_{10 \text{ min}} = c_W \cdot M_{W,k} \cdot \left| \frac{T_2|_{10 \text{ min}} - T_2|_{8 \text{ min}}}{10 \text{ min} - 8 \text{ min}} \right|$$

$$= 4187 \frac{J}{\text{kg K}} \cdot 4,4 \text{ kg} \cdot \frac{42,4 \text{ °C} - 40,2 \text{ °C}}{2 \text{ min}}$$

$$= 337,8 \text{ W}$$

$$\epsilon|_{10 \text{ min}} = \frac{\dot{Q}_k|_{10 \text{ min}}}{P|_{10 \text{ min}}}$$

$$= \frac{337,8 \text{ W}}{131,1 \text{ W}}$$

(Da wir die Messwerte von t=8 min und t=10 min für die Auswertung benutzen, erhalten wir streng genommen Ergebnisse für t=9 min, richtiger wäre also  $P|_{9 \text{ min}}$  etc. zu schreiben.)

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Die Rechenbeispiele in dieser Anleitung dienen nur dem Verständnis der erforderlichen Berechnungen. In Ihrer Auswertung müssen natürlich sämtliche Schritte erläutert werden. Sie müssen die Fehler zu allen Werten berechnen und aus diesen Fehlern die Zahl der signifikanten Stellen für die Rundung Ihrer Werte bestimmen.

#### 6.3.2 Wirkungsgrad $\eta$

Berechnen Sie nach Gleichung (2) den Wärmefluss am Verdampfer. Der Wirkungsgrad ergibt sich nach Gleichung (4) aus den zuvor berechneten Werten für die Wärmeflüsse am Kondensator und Verdampfer und die Kompressorleistung.

Rechenbeispiel für t = 10 min:

$$\begin{aligned} \dot{Q}_v \Big|_{10 \text{ min}} &= c_W \cdot M_{W,v} \cdot \left| \frac{T_1|_{10 \text{ min}} - T_1|_{8 \text{ min}}}{10 \text{ min} - 8 \text{ min}} \right| \\ &= 4187 \frac{J}{\text{kg K}} \cdot 4,0 \text{ kg} \cdot \left| \frac{8,0 \text{ }^{\circ}\text{C} - 9,8 \text{ }^{\circ}\text{C}}{2 \text{ min}} \right| \\ &= 251,2 \text{ W} \end{aligned}$$

$$\eta|_{10 \text{ min}} &= \frac{\dot{Q}_k|_{10 \text{ min}}}{P|_{10 \text{ min}} + \dot{Q}_v|_{10 \text{ min}}} \\ &= \frac{337,8 \text{ W}}{131,1 \text{ W} + 251,2 \text{ W}}$$

= 0.883

#### 6.3.3 Volumetrische Effizienz $\lambda$

Extrapolieren Sie aus Tabelle 6.2 die Werte für spezifisches Volumen des Dampfes und die spezifischen Enthalpien von Dampf und Flüssigkeit. Daraus bestimmen Sie nach Gleichung (5) den effektiven Volumenfluss des Arbeitsmittels. Nun berechnen Sie den Fluss des Hubvolumens (siehe Gleichung (6) und Herstellerangaben in Abschnitt 3). Die volumetrische Effizienz der Wärmepumpe ergibt sich dann nach Gleichung (7).

Rechenbeispiel für t = 10 min:

$$\begin{split} \dot{V}_{\text{eff}} \Big|_{10 \text{ min}} &= v \left( p_{1,abs} |_{10 \text{ min}} \right) \cdot \frac{\dot{Q}_v \Big|_{10 \text{ min}}}{h_1 \left( p_{1,abs} |_{10 \text{ min}} \right) - h_3 \left( p_{2,abs} |_{10 \text{ min}} \right)} \\ &= v \left( 4, 3 \text{ bar} \right) \cdot \frac{251, 2 \text{ W}}{h_1 \left( 4, 3 \text{ bar} \right) - h_3 \left( 12, 8 \text{ bar} \right)} \\ &= 0,046997 \, \frac{\text{m}^3}{\text{kg}} \cdot \frac{251, 2 \text{ W}}{405, 11 \, \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} - 268, 36 \, \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}} \\ &= 86 \, \frac{\text{cm}^3}{\text{s}} \\ \dot{V}_{\text{Hub}} &= V_{\text{Hub}} \cdot f \\ &= 123 \, \frac{\text{cm}^3}{\text{s}} \\ \lambda \Big|_{10 \text{ min}} &= \frac{\dot{V}_{\text{eff}} \Big|_{10 \text{ min}}}{\dot{V}_{\text{Hub}}} \\ &= \frac{86 \, \frac{\text{cm}^3}{\text{s}}}{123 \, \frac{\text{cm}^3}{\text{s}}} \\ &= 0,7019 \end{split}$$

#### 6.4 Diskussion

Diskutieren Sie Ihre Resultate und mögliche Fehlerquellen, z.B.: Entsprechen die Verläufe der Diagramme Ihren Erwartungen? Stimmen Ihre Ergebnisse innerhalb der Fehlergrenzen mit den Herstellerangaben überein (Tabelle 1)? Wie lassen sich eventuelle Abweichungen erklären? Vergleichen Sie insbesondere die Ergebnisse für die beiden verschiedenen Zeitpunkte miteinander und diskutieren Sie die sich ergebenden Unterschiede.

# 7 Anhang: Herleitung der Formeln

### 7.1 Der Kreisprozess

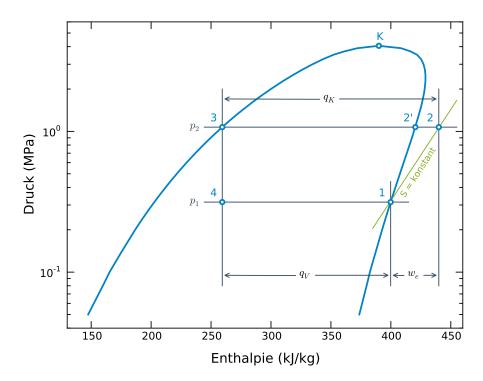


Abbildung 4: Mollier-Diagramm einer Wärmepumpe im idealen Fall mit Darstellung des verwendeten Kreisprozesses. In blau ist die Siedekurve, wie man sie z.B. aus den Daten in Tabelle 6.2 erhält dargesstellt, zusammen mit dem kritischen Punkt K und den Arbeitspunkten 1-4. Arbeitsschritte des Kreisprozesses:  $1 \rightarrow 2$ : isentrope Verdichtung des Arbeitsmittels (Idealfall, real:  $1 \rightarrow 2'$ ),  $2 \rightarrow 3$ : isotherm-isobare Kondensation,  $3 \rightarrow 4$ : isenthalpische Expansion,  $4 \rightarrow 1$ : isotherm-isobare Verdampfung.

Das Mollier-Diagramm, in welchem der Druck p des Arbeitsmittels logarithmisch gegen die spezifische Enthalpie h aufgetragen ist, wird üblicherweise für die Darstellung von Kreisprozessen in der Wärmetechnik eingesetzt. Abb. 4 zeigt den idealen Verlauf des Kreisprozesses in einer Wärmepumpe. Die eingezeichnete Kurve, welche durch den kritischen Punkt K läuft, begrenzt das Koexistenzgebiet von flüssiger und dampfförmiger Phase. Innerhalb diese Gebiets verlaufen die Isothermen parallel zur h-Achse.

Ausgehend von Punkt 1 verdichtet der Kompressor die Arbeitssubstanz bis Punkt 2; im idealen Fall verläuft dieser Prozess ohne Wärmeaustausch, d.h. isentrop. Auf der folgenden Isothermen wird durch Kondensation Wärme an die Umgebung abgegeben. Bei Punkt 3 erreicht die Arbeitssubstanz das Drosselventil und expandiert. Im Falle einer idealen Drosselventil und expandiert.

selung bleibt die Enthalpie konstant. Auf dem Weg von Punkt 4 zu Punkt 1 nimmt die Arbeitssubstanz Energie aus der Umgebung auf und verdampft.

Die spezifischen Energien  $q_v$  bzw.  $q_k$ , welche pro kg der Arbeitssubstanz aufgenommen bzw. abgegeben werden, und die benötigte spezifische Arbeit des Kompressors  $w_e$  können unmittelbar aus dem Diagramm abgelesen werden.

$$w_e = h_2 - h_1$$
  
 $q_k = h_2 - h_3$   
 $q_v = h_1 - h_4 = h_1 - h_3$  (8)

#### 7.2 Effizienz der Wärmepumpe

Die Wärmekapazität eines Stoffes ist definiert als das Verhältnis von erreichter Temperaturerhöhung zu aufgewendeter Energie:

$$C_w = \frac{\Delta Q}{\Delta T} \tag{9}$$

Sie ist eine Stoffkonstante, die zwar in geringem Maße von der Temperatur abhängt, nicht aber von der Zeit. Deshalb kann man (9) ohne Bedenken umformulieren zu

$$\dot{Q} = C_w \frac{\Delta T}{\Delta t} \ . \tag{10}$$

Die Leistungszahl einer Wärmepumpe ist definiert als das Verhältnis von gewonnener Energie zu investierter Arbeit:

$$\epsilon = \frac{Q_k}{W_e} \tag{11}$$

Hier kann man ebenso wie in (10) eine Zeitableitung einfügen und erhält damit (3). Der Wirkungsgrad einer Wärmepumpe berücksichtigt im Gegensatz zur Leistungszahl nicht nur die investierte Arbeit, sondern auch die Energie die dem Wärmereservoir entzogen wurde

$$\eta = \frac{Q_k}{W_e + Q_v} \,\,, \tag{12}$$

er kann also niemals größer als eins werden. Um den Wirkungsgrad aus der zeitlichen Änderung der verschiedenen Energien zu berechnen muss man Gleichung (12) zunächst umschreiben:

$$\eta (W_e + Q_v) = Q_k$$

$$\Rightarrow \dot{\eta} (W_e + Q_v) + \eta \left( \dot{W}_e + \dot{Q}_v \right) = \dot{Q}_k$$

$$\Rightarrow \qquad \qquad \qquad \qquad \approx \frac{\dot{Q}_k}{\dot{Q}_v + P}, \qquad (13)$$

wobei im letzten Schritt verwendet wurde, dass der Wirkungsgrad zeitlich nur wenig variiert.

Die Volumetrische Effizienz ist das Verhältnis von tatsächlich bewegtem Arbeitsmittelvolumen  $V_{\rm eff}$  und Hubvolumen des Kompressors  $V_{\rm Hub}$ :

$$\lambda = \frac{V_{\text{eff}}}{V_{\text{Hub}}} \ . \tag{14}$$

Auch hier kann man wieder die Zeitableitung einfügen und erhält dann Gleichung (7). Zur Berechnung von  $V_{\rm eff}$  formt man Gleichung (8) um:

$$q_{v} = h_{1} - h_{3}$$

$$\Rightarrow \frac{Q_{v}}{V_{\text{eff}}} \frac{V_{\text{eff}}}{m_{\text{eff}}} = h_{1} - h_{3}$$

$$\Rightarrow V_{\text{eff}} = \frac{Q_{v}v}{h_{1} - h_{3}}, \qquad (15)$$

Um nun den effektiven Volumenfluss zu berechnen leitet man Gleichung (15) nach der Zeit ab, unter der Annahme, dass das spezifische Volumen des Dampfes v und die spezifischen Enthalpien von Dampf  $h_1$  und Flüssigkeit  $h_3$  zeitlich nur wenig variieren.

# 8 Literatur

- Fehlerrechnung und allgemeine Hinweise: https://www.astro.uni-koeln.de/AP/
- Meschede und Gerthsen: Physik, Springer, Berlin, 21. Aufl., 2002 (Kapitel 4) http://www.ub.uni-koeln.de/digital/e\_books/springer\_links/ index\_ger.html
- Bergmann und Schaefer: Lehrbuch der Experimentalphysik, Band 1, Mechanik Relativität Wärme, Walter de Gruyter, Berlin, 11. Auflage, 1998
   http://www.degruyter.com/view/books/9783110208214/9783110208214.1.399/9783110208214.1.399.xml
- Halliday: Physik, Wiley-VCH, 2. Auflage, 2009

#### 9 Sicherheitshinweise

Bitte beachten Sie die allgemeinen Sicherheitshinweise, die in der Praktikumsanleitung dargelegt wurden.